Questão 1: (2 pts) Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável em $(2,1)$ tal que $f(2,1) = 1$. Sabe-se também que $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(2,1) = 11$ e que $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(2,1) = -2$, onde $\vec{u} = (\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ e $\vec{v} = (-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

(a) Ache a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(2,1,1)$.

(b) Qual o valor máximo que uma derivada direcional de f no ponto $(2,1)$ pode assumir?

a) $\nabla f(2,1) = \left(\frac{\delta f}{\delta x}(2,1), \frac{\delta f}{\delta y}(2,1) \right) = (a,b)$

como f é diferenciável em $(2,1)$:

$11 = \frac{\delta f}{\delta u}(2,1) = \nabla f(2,1) . \vec{u} = \frac{4}{5}a + \frac{3}{5}b$ e

$-2 = \frac{\delta f}{\delta v}(2,1) = \nabla f(2,1) . \vec{v} = -\frac{3}{5}a + \frac{4}{5}b$

$$\begin{cases} 4/5\, a + 3/5\, b = 11 \\ -3/5\, a + \frac{4}{5} = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 10 \\ b = 5 \end{cases} \therefore \nabla f(2,1) = (10,5)$$

Logo, o plano pedido é:

$z = f(2,1) + \frac{\delta f}{\delta x}(2,1)(x-2) + \frac{\delta f}{\delta y}(2,1)(y-1)$, ou seja

$z = 10x + 5y - 24$

b) O valor máximo que $\frac{\delta f}{\delta w}(2,1)$ pode assumir é

$\| \nabla f(2,1) \| = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$