A

Questão 1: (2 pts) Seja $f(x, y)$ uma função diferenciável em $(1, 2)$ tal que $f(1, 2) = 1$. Sabe-se também que $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 2) = 11$ e que $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1, 2) = -2$, onde $\vec{u} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ e $\vec{v} = (\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$.

(a) Ache a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 2, 1)$.

(b) Qual o valor máximo que uma derivada direcional de f no ponto $(1, 2)$ pode assumir?

a) $\nabla f(1,2) = \left(\frac{\delta f}{\delta x}(1,2), \frac{\delta f}{\delta y}(1,2) \right) = (a, b)$

como f é diferenciável em $(1,2)$:

$11 = \nabla f(1,2) \cdot \vec{u} = \frac{3}{5}a + \frac{4}{5}b$ e

$-2 = \nabla f(1,2) \cdot \vec{v} = \frac{4}{5}a - \frac{3}{5}b$

$\begin{cases} 55 = 3a + 4b \\ -10 = 4a - 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 10 \end{cases}$ $\therefore \nabla f(1,2) = (5, 10)$

Logo, o plano pedido é:

$z = f(1,2) + \frac{\delta f}{\delta x}(1,2)(x-1) + \frac{\delta f}{\delta y}(1,2) \cdot (y-2)$, ou seja:

$z = 5x + 10y - 24$

b) O valor máximo que $\frac{\delta f}{\delta w}(1,2)$ pode assumir é

$\|\nabla f(1,2)\| = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$