5. (2,0) Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, diferenciável em $\mathbb{R}^2$, com $\nabla f(1,-2) = (a,-3)$. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$g(t) = f(2t^3 - t^2, -2t) .$$

Determine a de modo que a reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa 1 seja paralela à reta $y = -2x$.

Pela Regra da Cadeia temos que:

$g'(t) = \langle \nabla f(2t^3 - t^2, -2t), (6t^2 - 2t, -2) \rangle$.

Fazendo $t = 1$, temos:

$g'(1) = \langle \nabla f(1,-2), (4,-2) \rangle$

$= \langle (a,-3), (4,-2) \rangle = 4a + 6$

$g'(1)$ é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de g no abscissa 1. Para que essa reta seja paralela à reta $y = -2x$ temos que ter $g'(1) = -2$ ou $4a + 6 = -2$ ou

$\boxed{a = -2}$.