

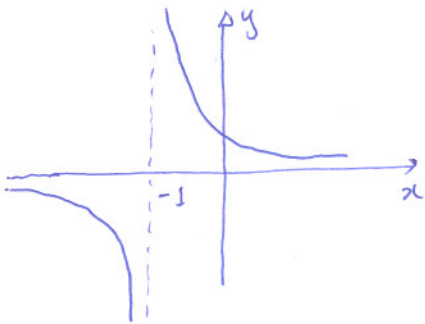
Questão B4) (Valor: 2.0) Seja $\gamma(t) = (e^t - 1, e^{-t})$, para $t \in \mathbb{R}$.

a) Desenhe a imagem de γ indicando o sentido de percurso.

b) A imagem de γ está contida em alguma curva de nível da função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = x^2 y^2 + 2y - y^2 + 6$? Em caso afirmativo, que nível é esse?

$$a) \begin{cases} x = e^t - 1 \\ y = e^{-t} = \frac{1}{e^t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^t = x + 1 \\ y = \frac{1}{e^t} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{x+1}}$$

Gráfico de $y = \frac{1}{x+1}$

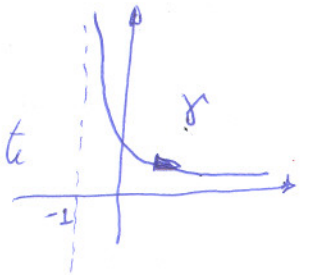


Como $x = e^t - 1 > -1, \forall t$

$x = e^t - 1$ é estritamente crescente

$y = e^{-t}$ é estritamente decrescente

segue que:



$$b) f(\gamma(t)) = f(e^t - 1, e^{-t}) = (e^t - 1)^2 (e^{-t})^2 + 2(e^{-t}) - (e^{-t})^2 + 6$$

$$= (e^{2t} - 2e^t + 1) e^{-2t} + 2e^{-t} - e^{-2t} + 6$$

$$= 1 - 2e^{-t} + e^{-2t} + 2e^{-t} - e^{-2t} + 6 = 7, \forall t$$

$\Rightarrow \gamma$ está contida na curva de nível 7 de função f .