Questão B1) (Valor: 3.0) Seja $f(x,y) = \mathrm{e}^{\sqrt{4x^2+y^2}}$.

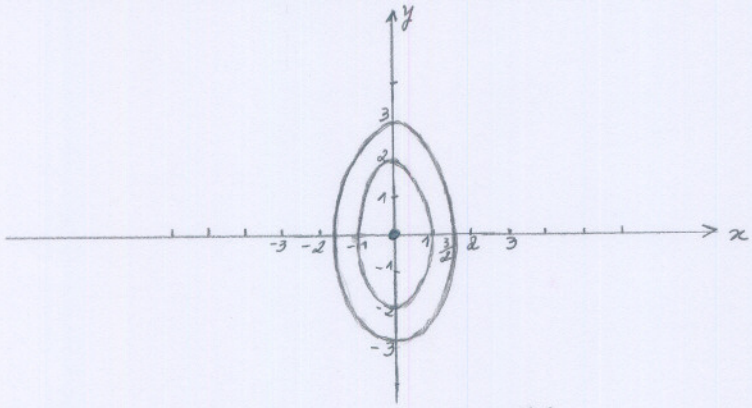
a) Determine todas as curvas de nível de f e esboce, <u>num mesmo sistema de eixos</u>, as curvas de nível $c=1$, $c=\mathrm{e}^2$ e $c=\mathrm{e}^3$.

b) Esboce as intersecções do gráfico de f com os planos xz e yz.

c) Utilizando (a) e (b), esboce o gráfico de f indicando, <u>no gráfico</u>, as curvas obtidas em (b).

d) Encontre uma parametrização para a curva em $\mathbb{R}^3$ obtida pela intersecção do gráfico de f com o plano $z=\mathrm{e}^2$.

a) Para cada $c \geq 1$, a curva de nível c é o conjunto $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid \mathrm{e}^{\sqrt{4x^2+y^2}} = c\}$, ou seja, é o conjunto $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 4x^2+y^2 = (\ln c)^2\}$. Logo a curva de nível 1 é o ponto $(0,0)$ e, para $c>1$, a curva de nível c é a elipse $4x^2+y^2=(\ln c)^2$. Dessa forma, a curva de nível $c=\mathrm{e}^2$ é a elipse $4x^2+y^2=4$ (essa elipse corta os eixos nos pontos $(1,0)$, $(-1,0)$, $(0,2)$ e $(0,-2)$) e a curva de nível $c=\mathrm{e}^3$ é a elipse $4x^2+y^2=9$ (essa elipse corta os eixos nos pontos $(3/2,0)$, $(-3/2,0)$, $(0,3)$ e $(0,-3)$).



b) Gráfico de f intersecção com o plano xz: $y=0$ e $z=\mathrm{e}^{2|x|}$

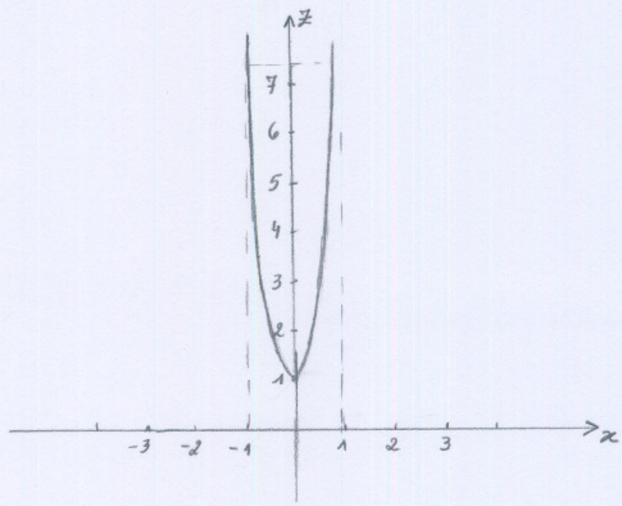
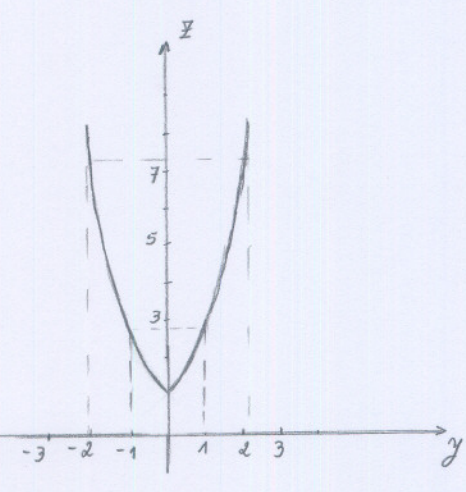
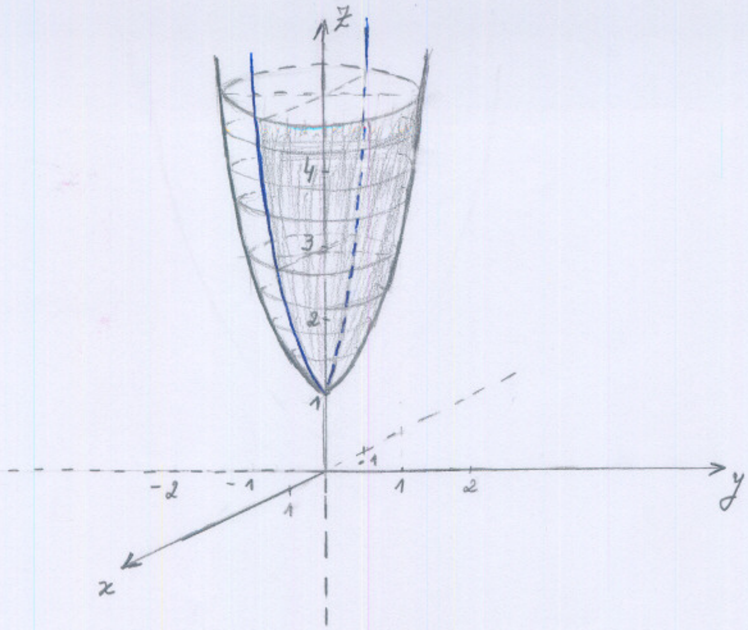


Gráfico de f intersecção com o plano yz: $x=0$ e $z=\mathrm{e}^{|y|}$



$\mathcal{B}$ c) gráfico de f:



$\mathcal{B}$ d) A projeção no plano xy da curva obtida pela intersecção do gráfico de f com o plano $z = e^2$ é o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 4x^2 + y^2 = 4\}$, ou seja, o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1\}$. Logo podemos fazer $x = \cos t$, $\frac{y}{2} = \operatorname{sen} t$ e $z = e^2$, com $0 \leq t \leq 2\pi$. Portanto uma parametrização para a curva pedida é $\gamma(t) = (\cos t\,,\, 2\operatorname{sen} t\,,\, e^2)$, com $0 \leq t \leq 2\pi$.