Questão A1) (Valor: 3.0) Seja $f(x,y) = \mathrm{e}^{\sqrt{x^2+9y^2}}$.

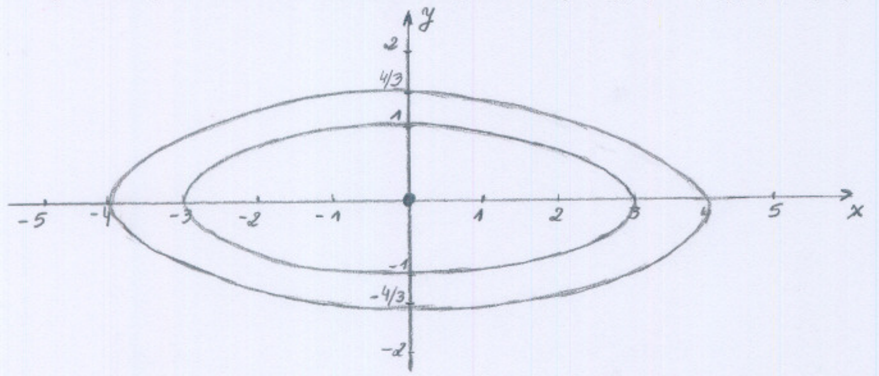
a) Determine todas as curvas de nível de f e esboce, <u>num mesmo sistema de eixos</u>, as curvas de nível $c = 1$, $c = \mathrm{e}^3$ e $c = \mathrm{e}^4$.

b) Esboce as intersecções do gráfico de f com os planos xz e yz.

c) Utilizando (a) e (b), esboce o gráfico de f indicando, <u>no gráfico</u>, as curvas obtidas em (b).

d) Encontre uma parametrização para a curva em $\mathbb{R}^3$ obtida pela intersecção do gráfico de f com o plano $z = \mathrm{e}^3$.

a) Para cada $c \geq 1$, a curva de nível c é o conjunto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \mathrm{e}^{\sqrt{x^2+9y^2}} = c\}$, ou seja, é o conjunto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 9y^2 = (\ln c)^2\}$. Logo a curva de nível 1 é o ponto $(0,0)$ e, para $c > 1$, a curva de nível c é a elipse $x^2 + 9y^2 = (\ln c)^2$. Dessa forma, a curva de nível $c = \mathrm{e}^3$ é a elipse $x^2 + 9y^2 = 9$ (essa elipse corta os eixos nos pontos $(3,0)$, $(-3,0)$, $(0,1)$ e $(0,-1)$) e a curva de nível $c = \mathrm{e}^4$ é a elipse $x^2 + 9y^2 = 16$ (essa elipse corta os eixos nos pontos $(4,0)$, $(-4,0)$, $(0,4/3)$ e $(0,-4/3)$).



b) Gráfico de f intersecção com o plano xz: $y = 0$ e $z = \mathrm{e}^{|x|}$

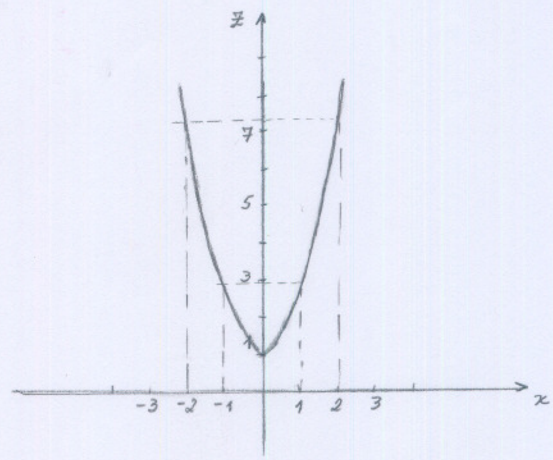
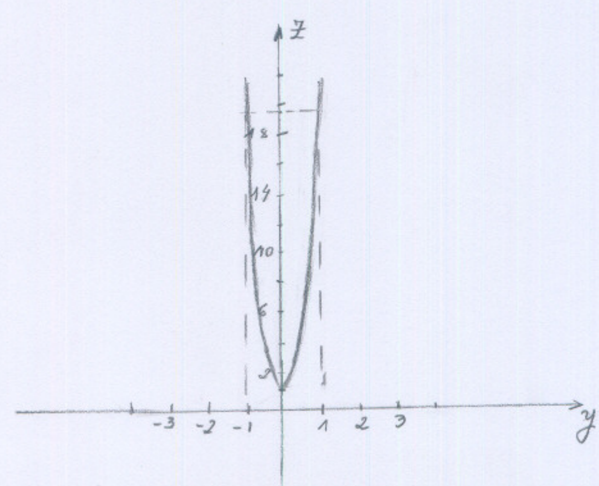
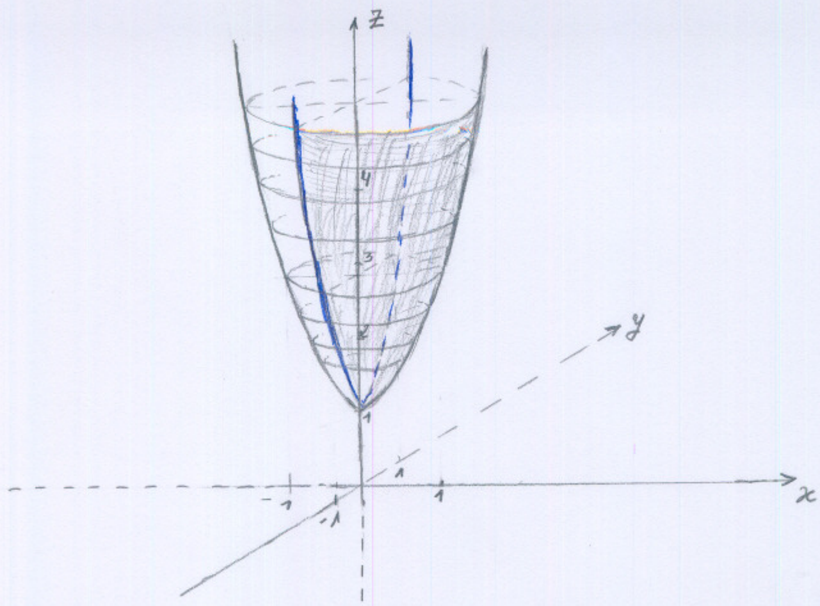


Gráfico de f intersecção com o plano yz: $x = 0$ e $z = \mathrm{e}^{3|y|}$



A c) gráfico de f:



A d) A projeção no plano xy da curva obtida pela intersecção do gráfico de f com o plano $z = e^3$ é o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 9y^2 = 9\}$, ou seja, o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \left(\frac{x}{3}\right)^2 + y^2 = 1\}$. Logo podemos fazer $\frac{x}{3} = \cos t$, $y = \operatorname{sen} t$ e $z = e^3$, com $0 \leq t \leq 2\pi$. Portanto uma parametrização para a curva pedida é $\gamma(t) = (3\cos t\,,\ \operatorname{sen} t\,,\ e^3\,)$, com $0 \leq t \leq 2\pi$.