A

4ª Questão: Seja $f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 + 2$

a) Esboce as curvas de nível para a $c = 0$, $c = 2$ e $c = 8$. Como são as outras curvas de nível de f?
b) Esboce as intersecções do gráfico de f com os planos $x = 1$ e $y = 0$.
c) Faça um esboço do gráfico de f.
d) Encontre uma parametrização para a intersecção do gráfico de f com o plano $z = -4x + 4$.

a) $f(x,y) = 2x^2 - 4x + y^2 + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) + y^2 =$
$= 2(x-1)^2 + y^2$. Logo $f(x,y) \geq 0, \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

Curvas de nível:

para $c = 0$, a curva é $\{(1,0)\}$

para $c = 2$, a curva é a elipse de equação

$2(x-1)^2 + y^2 = 2$ ou $(x-1)^2 + y^2/2 = 1$

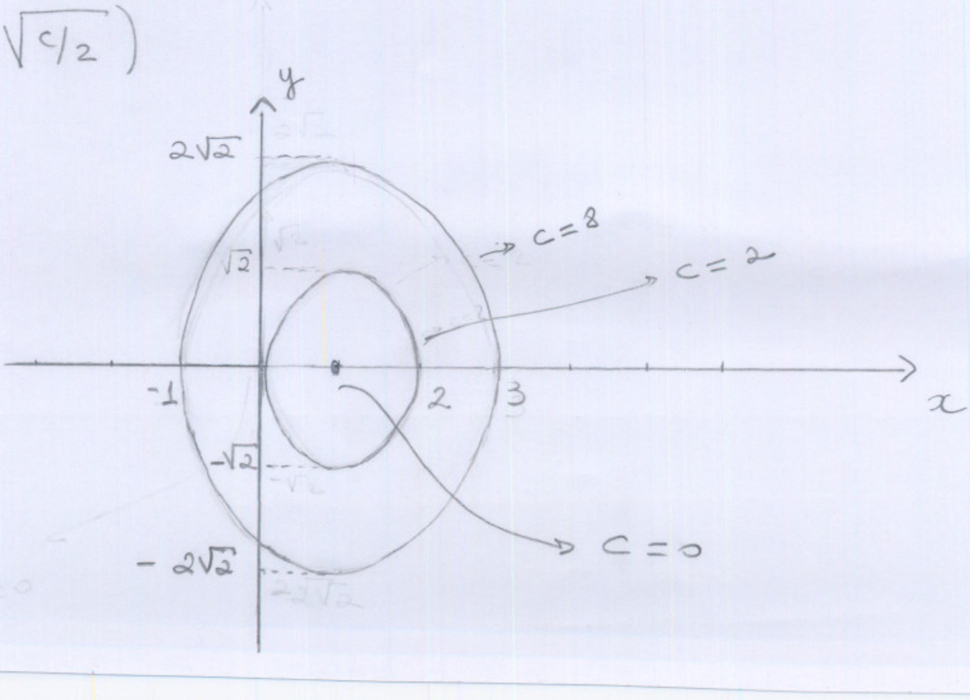
para $c = 8$, a curva é a elipse de equação

$2(x-1)^2 + y^2 = 8$ ou $(x-1)^2/4 + y^2/8 = 1$

para $c > 0$, a curva é a elipse de equação

$(x-1)^2/\frac{c}{2} + y^2/c = 1$

Assim, para cada $c > 0$, a curva de nível associada a c é uma elipse com centro em $(1,0)$ e focos na reta $x = 1$. São pontos dessa elipse: $(1, \sqrt{c})$, $(1, -\sqrt{c})$, $(1 - \sqrt{c/2}, 1 + \sqrt{c/2})$



4ª Questão

A

b) (x, y, z) é do gráfico de f e do plano $x = 1$ $\Longleftrightarrow$

$z = 2x^2 - 4x + y^2 + 2$ e $x = 1$ $\Longleftrightarrow$

$x = 1$ e $z = y^2$

Assim a intersecção do gráfico de f com o plano $x = 1$ é uma parábola

— " —

Analogamente

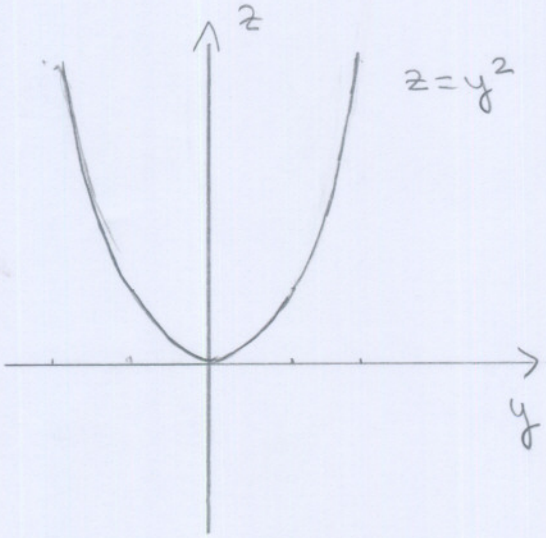
(x, y, z) é do gráfico de f e do plano $y = 0$ $\Longleftrightarrow$

$z = 2x^2 - 4x + y^2 + 2$ e $y = 0$ $\Longleftrightarrow$

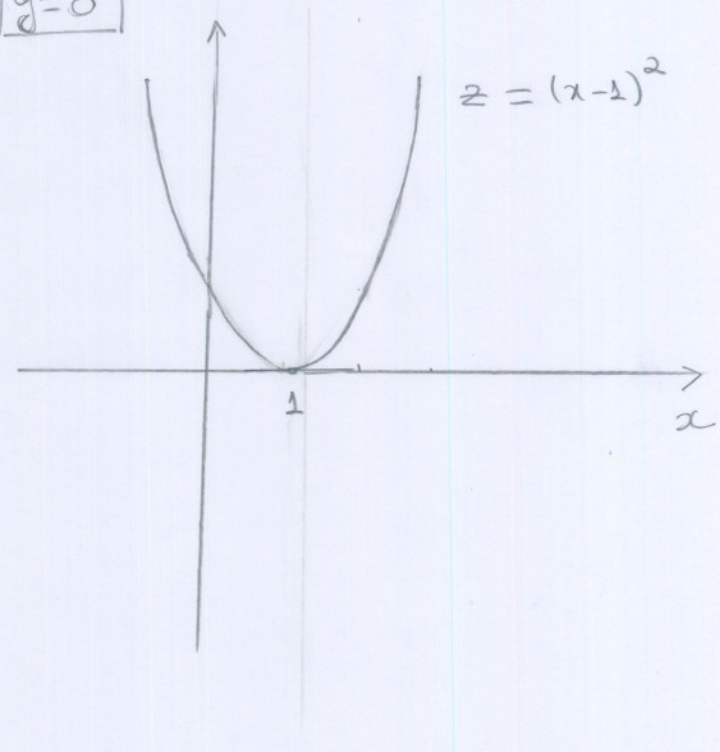
$y = 0$ e $z = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$

Assim a intersecção do gráfico de f com o plano $y = 0$ é uma parábola

$\boxed{x=1}$



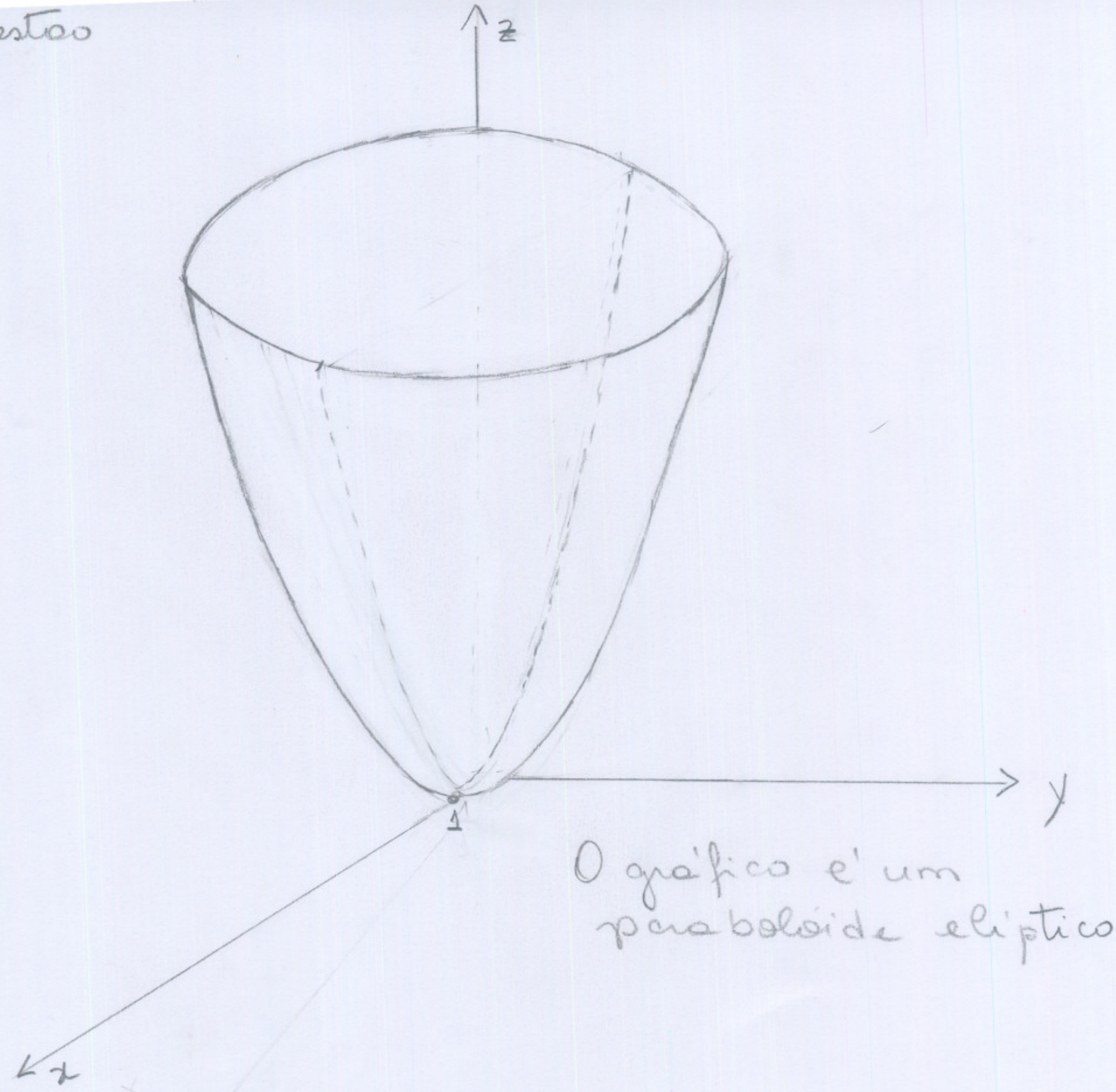
$\boxed{y=0}$



4ª Questão

A

c)



O gráfico é um paraboloide elíptico

d) $\begin{cases} z = 2x^2 - 4x + y^2 + 2 \\ z = -4x + 4 \end{cases} \iff \begin{cases} z = -4x + 4 \\ 2x^2 - 4x + y^2 + 2 = -4x + 4 \end{cases} \iff$

$\iff \begin{cases} z = -4x + 4 \\ 2x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ Assim a projeção da intersecção no plano Oxy é a elipse de equação $x^2 + (y/\sqrt{2})^2 = 1$ que pode ser parametrizada por $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sqrt{2}\,\text{sen}\,t$, $t \in [0, 2\pi]$. Como $z = -4x + 4$, fazemos $z(t) = -4\cos t + 4$

Resposta: $\gamma(t) = (\cos t, \sqrt{2}\,\text{sen}\,t, -4\cos t + 4)$ $t \in [0, 2\pi]$