

2ª Prova de MAT-2454 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia II
POLI - USP - 23/10/2006

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
TOTAL	

Nome: _____ Turma: _____

Assinatura: _____

JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS AFIRMAÇÕES

1. (2,0) Verifique a existência dos limites abaixo. Justifique a sua resposta.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2} \text{sen} \left(\frac{xy^2}{x^2+y^2} \right)$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{y-x}$

(a) $\frac{xy^2}{x^2+y^2} = \frac{y^2}{x^2+y^2} \cdot x$ $\xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)}$ 0

limitado \downarrow 0

Daí $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \text{sen} \left(\frac{xy^2}{x^2+y^2} \right) = \lim_{u \rightarrow 0} \text{sen } u = 0$

Por outro lado, $\frac{xy}{x^2+y^2}$ é limitada, pois

$$\left| \frac{xy}{x^2+y^2} \right| = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \frac{|y|}{\sqrt{x^2+y^2}} \leq 1$$

Daí: