

2ª Prova de MAT-2454 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia II
POLI - USP - 23/10/2006

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
TOTAL	

Nome: _____ Turma: _____

Assinatura: _____

JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS AFIRMAÇÕES

1. (2,0) Verifique a existência dos limites abaixo. Justifique a sua resposta.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2} \operatorname{sen} \left(\frac{x^2 y}{x^2 + y^2} \right)$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x - y}$

(a) $\frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot y$ $\xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)}$ $\frac{0}{0} \cdot 0 = 0$ C

ltd.

Daí $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \operatorname{sen} \left(\frac{x^2 y}{x^2 + y^2} \right) = \lim_{u \rightarrow 0} \operatorname{sen} u = 0$

Por outro lado, $\frac{xy}{x^2 + y^2}$ é limitada, pois

$$\left| \frac{xy}{x^2 + y^2} \right| = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}} \leq 1$$