

## MAT 2453 – Cálculo Diferencial e Integral I

Escola Politécnica da USP – 2015

<http://www.ime.usp.br/mat/2453-2015>

### O que é Cálculo?

O Cálculo Diferencial e Integral é um ramo da Matemática diferente dos outros que você aprendeu até aqui, pois ele é dinâmico: estuda movimentos, variações, quantidades que mudam, tendendo a outras quantidades.

As ideias principais que formam a base do Cálculo foram acontecendo através de vários séculos. Os primeiros passos foram dados pelos gregos antigos, que desenvolveram métodos de aproximação para o cálculo de áreas de regiões limitadas por curvas. Arquimedes (287 - 212 a.C.) determinou a área da região compreendida por uma parábola e uma reta *somando as áreas de infinitos triângulos* inscritos na região. Obteve o valor da *soma infinita* ao observar que, conforme  $n$  crescia, as somas (finitas) dos  $n$  primeiros termos se aproximavam de um valor limite. O problema da área de regiões limitadas por curvas é estudado no ramo do Cálculo chamado Cálculo Integral.

No século XVII, o jurista francês Pierre de Fermat, que se dedicava à Matemática nas horas vagas, foi um dos pioneiros no estudo de funções e criou um método de achar os valores máximo e mínimo de uma função procurando os pontos do gráfico nos quais a reta tangente é horizontal. Os ingleses Isaac Barrow, John Wallis, Isaac Newton e o alemão Gottfried Leibniz fizeram importantes contribuições ao estudo de Fermat ao estudarem o “problema da tangente”. Para se obter a equação da reta tangente a um gráfico num certo ponto  $P$ , o difícil é encontrar a inclinação da reta. Como resolver o problema? A ideia (de Barrow) foi a de calcular a inclinação de uma reta que corta o gráfico em dois pontos  $P$  e  $Q$ . Depois, fazendo  $Q$  aproximar-se de  $P$ , a reta  $PQ$ , secante ao gráfico, aproxima-se da reta tangente ao gráfico em  $P$ . O valor da inclinação procurada é assim o *limite* dos valores das inclinações das secantes, quando  $Q$  se aproxima de  $P$ . O problema da tangente faz parte do que é chamado hoje de Cálculo Diferencial.

Os dois ramos do Cálculo e seus problemas motivadores (o problema da área e o da tangente) parecem ser natureza completamente diferente. Newton percebeu que, na verdade, eles estão estreitamente relacionados. Isto você verá quando estudarmos o **Teorema Fundamental do Cálculo**.

O que há em comum nos dois ramos do Cálculo é a noção de limite: em cada caso acima descrito, o problema consiste em calcular uma certa quantidade fazendo aproximações por outras quantidades mais fáceis de serem calculadas.

Newton ajudou a desenvolver o Cálculo motivado pelo estudo do movimento dos planetas em torno do Sol. Com o passar do tempo, muitas outras descobertas aconteceram, novos problemas foram sendo resolvidos pelos mesmos métodos, e novas aplicações foram sendo percebidas. Hoje em dia, o Cálculo é usado para achar órbitas de satélites, estimar o crescimento populacional (de pessoas, de bactérias, ou de qualquer outro ser vivo), calcular a inflação (que mede a variação dos preços num certo período), e muitos outros problemas interessantes e úteis. Questões importantes de otimização são resolvidas com conhecimentos de Cálculo. Assim, o Cálculo Diferencial e Integral é hoje considerado um instrumento indispensável de pensamento em quase todos os campos da ciência pura e aplicada: em Física, Química, Biologia, Astronomia, Engenharia, Economia e até mesmo em algumas Ciências Sociais, além de áreas da própria Matemática. Os métodos e as aplicações do Cálculo estão entre as maiores realizações intelectuais da civilização, uma conquista cultural e social, e não apenas científica.