

3. (1,5) Determine a reta que é tangente ao gráfico de

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$$

e passa pelo ponto (1,1).

Domínio, $f = D_f =$
 $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\}$
 f é derivável em todos
os pontos de seu
domínio

A reta tangente ao gráfico de f em um ponto $(x_0, f(x_0))$ tem equação

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

No caso, $f'(x) = \frac{3(x-1) - (3x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-4}{(x-1)^2}$ para todo $x \neq 1$

Se $(x_0, f(x_0))$ está no gráfico de f , então $x_0 \neq 1$ e

$$y - \left(\frac{3x_0+1}{x_0-1}\right) = \frac{-4}{(x_0-1)^2}(x - x_0) \quad (*)$$

Queremos que a reta passe por (1,1). Substituindo em (*) temos

$$1 - \left(\frac{3x_0+1}{x_0-1}\right) = \frac{-4}{(x_0-1)^2}(1-x_0)$$

Logo $x_0 - 1 - 3x_0 - 1 = -4$
 $-2x_0 = 6 \Rightarrow x_0 = -3$

$$f(x_0) = \frac{-9+1}{-3-1} = 2 \quad f'(x_0) = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Logo a equação da reta é

$$y - 2 = -\frac{1}{4}(x + 3)$$