

3. (1,5) Determine a reta que é tangente ao gráfico de

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

e passa pelo ponto (1,1).

Note que o domínio de f , $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\}$
e para todo $x_0 \in D_f$, f é derivável em x_0 .

A reta tangente ao gráfico de f em
 $(x_0, f(x_0))$ tem equação

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\text{No caso, } f'(x) = \frac{2(x-1) - (2x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

A equação da reta é então

$$y - \left(\frac{2x_0+1}{x_0-1}\right) = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x - x_0)$$

Queremos que essa reta passe por (1,1).

$$\text{Então } 1 - \left(\frac{2x_0+1}{x_0-1}\right) = \frac{-3(1-x_0)}{(x_0-1)^2} \quad \text{Logo}$$

$$\text{Logo: } x_0 - 1 - 2x_0 - 1 = 3 \quad \text{e} \quad -x_0 = 5$$

$$\Rightarrow \boxed{x_0 = -5}$$

$$f(x_0) = \frac{-10+1}{-5-1} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$f'(x_0) = \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}$$

Portanto a equação da reta é

$$\boxed{y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{12}(x+5)}$$