

Turma B:

a) Decompondo em frações parciais obtemos $\frac{4x^2 + 7x + 26}{x(x^2 + 6x + 13)} = \frac{2}{x} + \frac{2x - 5}{x^2 + 6x + 13}$. Logo

$$\begin{aligned}\int \frac{4x^2 + 7x + 26}{x^3 + 6x^2 + 13x} dx &= \int \frac{4x^2 + 7x + 26}{x(x^2 + 6x + 13)} dx \\ &= \int \frac{2}{x} dx + \int \frac{2x - 5}{x^2 + 6x + 13} dx \\ &= \ln(x^2) + \int \frac{2x - 5}{x^2 + 6x + 13} dx \\ &= \ln(x^2) + \int \frac{2x + 6}{x^2 + 6x + 13} dx - \int \frac{11}{x^2 + 6x + 13} dx \\ &= \ln(x^2) + \ln(x^2 + 6x + 13) - 11 \int \frac{1}{4 + (x + 3)^2} dx\end{aligned}$$

A última integral é resolvida via substituição $x + 3 = 2 \tan(\theta)$

$$\int \frac{1}{4 + (x + 3)^2} dx = \frac{1}{2} \int d\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x + 3}{2}\right) + c$$

A solução é então

$$\int \frac{4x^2 + 7x + 26}{x^3 + 6x^2 + 13x} dx = \ln(x^2) + \ln(x^2 + 6x + 13) - \frac{11}{2} \arctan\left(\frac{x + 3}{2}\right) + c$$

b) Integrando por partes com $f = \ln(\cos(x))$ e $g' = \sec^2(x)$ temos

$$\begin{aligned}\int \sec^2(x) \ln(\cos(x)) dx &= \ln(\cos(x)) \tan(x) + \int \tan^2(x) dx \\ &= \ln(\cos(x)) \tan(x) + \int (\sec^2(x) - 1) dx \\ &= \ln(\cos(x)) \tan(x) + \tan(x) - x + c\end{aligned}$$