Questão 1

Turma A:

a) Decompondo em frações parciais obtemos $\dfrac{4x^2+13x+16}{x(x^2+4x+8)} = \dfrac{2}{x} + \dfrac{2x+5}{x^2+4x+8}$. Logo

$$\begin{aligned}
\int \frac{4x^2+13x+16}{x^3+4x^2+8x}dx &= \int \frac{4x^2+13x+16}{x(x^2+4x+8)}dx \\
&= \int \frac{2}{x}dx + \int \frac{2x+5}{x^2+4x+8}dx \\
&= \ln(x^2) + \int \frac{2x+5}{x^2+4x+8}dx \\
&= \ln(x^2) + \int \frac{2x+4}{x^2+4x+8}dx + \int \frac{1}{x^2+4x+8}dx \\
&= \ln(x^2) + \ln(x^2+4x+8) + \int \frac{1}{4+(x+2)^2}dx
\end{aligned}$$

A última integral é resolvida via substituição $x+2 = 2\tan(\theta)$

$$\int \frac{1}{4+(x+2)^2}dx = \frac{1}{2}\int d\theta = \frac{1}{2}\arctan(\frac{x+2}{2}) + c$$

A solução é então

$$\int \frac{4x^2+13x+16}{x^3+4x^2+8x}dx = \ln(x^2) + \ln(x^2+4x+8) + \frac{1}{2}\arctan(\frac{x+2}{2}) + c$$

b) Integrando por partes com $f = \ln(\cos(x))$ e $g' = \sec^2(x)$ temos

$$\begin{aligned}
\int \sec^2(x)\ln(\cos(x))dx &= \ln(\cos(x))\tan(x) + \int \tan^2(x)dx \\
&= \ln(\cos(x))\tan(x) + \int (\sec^2(x)-1)dx \\
&= \ln(\cos(x))\tan(x) + \tan(x) - x + c
\end{aligned}$$