MAT2453 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia I

1º Semestre de 2012 - 2ª Lista de Exercícios

1. Calcule a área da região compreendida entre os gráficos de
$$f(x) = x^3 - 2x + 1 \text{ e } g(x) = -x + 1,$$
com $-1 \leq x \leq 1$.

2. Desenhe a região $A = B \cap C \cap D$ e calcule a área de A, onde
$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq x^2 - 4\},\ C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq 12 - 3x^2\} \text{ e}$$
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq 3x^2 + 12x + 12\}.$$

3. Desenhe a região
$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq x^2 - 1,\ y \leq x + 1 \text{ e } y \geq -x^2 - 3x - 2\}$$
e calcule a sua área.

4. Sejam $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ contínua com $f(x) \leq 0$, para todo $x \in [-1, 3]$,
$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | -1 \leq x \leq 3 \text{ e } y \geq f(x)\} \text{ e } B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | -1 \leq x \leq 3 \text{ e } y \leq x^2 + 3\}$$
tais que a área de $A \cap B$ seja igual a 23. Calcule $\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)\, dx$.

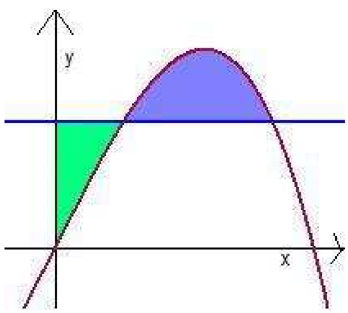
5. Determine $m > 0$ para que a área delimitada por $y = x^2$, $y = \dfrac{x^2}{2}$ e a reta $y = mx$ seja igual a 4.

6. Desenhe a região do plano delimitada pela curva $y = x^3 - x$ e por sua reta tangente no ponto de abscissa $x = -1$. Calcule a área desta região.

7. Encontre a área da região limitada entre as curvas $x = y^3 - y$ e $x = 1 - y^4$.

8. Calcule $\displaystyle\int_0^1 (x + \sqrt{1 - x^2})\, dx$, interpretando-a como uma área.

9. A reta horizontal $y = c$ intercepta a curva $y = 2x - 3x^3$ no primeiro quadrante como mostra a figura. Determine c para que as áreas das duas regiões sombreadas sejam iguais.



10. Sejam $y = f(x)$ dada por $f(x) = x^3 + \ln x$, $x > 0$ e $x = g(y)$ sua função inversa. Calcule $g'(y)$ em termos de $g(y)$. Calcule $g'(1)$.

11. Seja $h(x) = 2x + \cos x$.

    (a) Mostre que h é bijetora.

    (b) Calcule $h^{-1}(1)$.

    (c) Admitindo h^{-1} derivável, determine $(h^{-1})'(1)$.

12. Calcule a derivada de cada uma das funções abaixo:

    (a) $\cosh(x) = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})$ (b) $\operatorname{senh}(x) = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})$ (c) $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x}$

    (d) $f(x) = x^{\mathrm{e}} + \mathrm{e}^x$ (e) $f(x) = \mathrm{e}^{1/x^2} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x^2}}$ (f) $f(x) = \ln(\mathrm{e}^x + 1)$

    (g) $f(x) = (\ln x)^2 + (1 + 2^{x^3})^x$ (h) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ (i) $f(x) = x^\pi + \pi^x$

    (j) $f(x) = 2^{x^2} + 3^{2x}$ (k) $f(x) = \ln(\operatorname{arctg} x)$ (l) $f(x) = \left(1 + \cos^2 x\right)^{\operatorname{sen} x}$

    (m) $f(x) = (\mathrm{e}^x + 3x)^{\operatorname{arcsen}(x^2)}$ (n) $f(x) = (3 + \cos x)^{\operatorname{tg}(x^2)}$ (o) $f(x) = \dfrac{\ln(x^3 + 2^{x^3})}{x^2 + \mathrm{e}^{\cos x}}$

    (p) $f(x) = (x^2+1)^{\operatorname{sen}(x^5)}$ (q) $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x^2)^{1/x^4}$ (r) $f(x) = x^2 \mathrm{e}^{\operatorname{arctg} x}$

    (s) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

13. Use o TVM para provar as seguintes desigualdades:

    (a) $|\operatorname{sen} b - \operatorname{sen} a| \ \leq \ |b - a|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$.

    (b) $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| \leq \frac{1}{2}|a - b|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \geq 1$ e $b \geq 1$.

    (c) $\left|\ln \frac{a}{b}\right| \leq |a - b|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \geq 1$ e $b \geq 1$.

    (d) $b^b - a^a > a^a(b - a)$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$ com $1 \leq a < b$.

    (e) $\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^y \geq x - y$, para todos x, y com $x \geq y \geq 0$.

14. Seja $f(x) = x^5 + x^3 + 2x + 1$ e seja g a sua inversa. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$. Mostre que

$$g(b) - g(a) \leq \frac{1}{2}(b - a).$$

15. Seja f uma função derivável no intervalo $]-1, +\infty[$. Mostre que se $f(0) = 0$ e $0 < f'(x) \leq 1$, para todo $x > 0$, então $0 < f(x) \leq x$, para todos $x > 0$.

16. Mostre que $f(x) = (1 + x)^{1/x}$ é estritamente decrescente para $x > 0$. Conclua que

$$(1 + \pi)^e < (1 + e)^\pi.$$

17. Prove as seguintes desigualdades:

    (a) $2\sqrt{x} > 3 - \dfrac{1}{x}$, para todo $x > 1$ (b) $\mathrm{e}^\pi > \pi^{\mathrm{e}}$

    (c) $\dfrac{\operatorname{tg}\ b}{\operatorname{tg}\ a} > \dfrac{b}{a}$ para $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$ (d) $x - \dfrac{x^3}{3!} < \operatorname{sen} x < x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!}$, para $x > 0$

    (e) $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{1}{2}x$, para $x > 0$ (f) $2x \operatorname{arctg} x > \ln(1 + x^2)$, para $x > 0$

18. Seja f derivável em $\mathbb{R}$ e seja g dada por $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, $x \neq 0$. Suponha que x_0 é ponto de máximo local de g. Prove que

$$x_0 f'(x_0) - f(x_0) = 0.$$

Prove que a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa x_0 passa pela origem.

19. Determine a constante a para que $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ tenha:

   (a) um mínimo local em $x = 2$.

   (b) um mínimo local em $x = -3$.

   (c) Mostre que f não terá máximo local para nenhum valor de a.

20. Calcule, caso exista

   (a) $\displaystyle\lim_{x \to \frac{1}{2}^-} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{tg}(\pi x)}$ (b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x^{100}}{\sqrt[5]{x}}$ (c) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\operatorname{cotg} x}$

   (d) $\displaystyle\lim_{x \to 1^+} (\ln x)^{(x-1)}$ (e) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{e^{2x}}$ (f) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x e^x}{e^{x^2}}$

   (g) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} x^p \ln x$, $p > 0$ (h) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x \operatorname{sen}\left(\frac{p}{x}\right)$ (i) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{1-\cos x} - \frac{2}{x^2}\right)$

   (j) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \left[\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{e^x - 1}\right]$ (k) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} (x \operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x}$ (l) $\displaystyle\lim_{x \to 0} (e^x + 3x)^{1/x}$

   (m) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} x^{\operatorname{tg}(x^2)}$ (n) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left[\frac{1}{x} + \ln x\right]$ (o) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x^2)}{\ln(1+3x^2)}$

   (p) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x \operatorname{arctg} x}$ (q) $\displaystyle\lim_{x \to 0} (1 + \operatorname{sen} 2x)^{1/\operatorname{sen} x}$ (r) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x \operatorname{sen} x + 2x^2}{e^x + e^{-x} - 2}$

   (s) $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} (\operatorname{tg} x \sec x - \sec^2 x)$ (t) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^{\ln 2/(1+\ln x)}$ (u) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (1+3x)^{1/\ln x}$

   (v) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} (\operatorname{sen} x)^{1/\ln x}$ (w) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left[\ln(x+3)^{x+4} - \ln(x+2)^{x+4}\right]$

21. Determine c para que a função $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + c$ tenha uma única raiz real.

22. Mostre que a equação $3x - 2 + \cos(\frac{\pi x}{2}) = 0$ tem exatamente uma raiz real.

23. Seja $f(x) = (x+6)e^{1/x}$.
   a) Determine os intervalos de crescimento e os de decrescimento de f.
   b) Calcule os limites $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x \to 0_-} f(x)$.
   c) Determine todos os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $f(x) = k$ tem exatamente duas soluções reais.

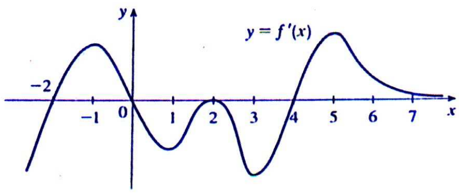
24. Seja $a \in \mathbb{R}$ tal que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{ax-1}{ax+1}\right)^x = 4$. Determine a.

25. (a) Esboce o gráfico de $f(x) = x^2 e^{-x}$.
   (b) Determine, em função de k, o número de soluções reais da equação $ke^x = x^2$.

26. (a) Ache o ponto de mínimo de $f(x) = \frac{e^x}{x}$ no intervalo $]0, +\infty[$.
   (b) Prove que $\frac{e^{a+b}}{ab} \geq e^2$, para todos $a > 0$ e $b > 0$.

27. Seja f uma função. Se existir uma reta $y = mx + n$ tal que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (mx + n)] = 0$, dizemos que $y = mx + n$ é uma **assíntota** para f. Prove que a reta $y = mx + n$ é uma assíntota para f se, e somente se, $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = m$ e $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx) = n$. (Tudo o que dissemos para $x \to +\infty$ vale também para $x \to -\infty$.)

28. Seja f uma função cuja derivada tem o gráfico esboçado na figura abaixo:



(a) Em que intervalos f é crescente ou decrescente?

(b) Para quais valores de x f tem um máximo ou mínimo local?

(c) Em que intervalos f tem concavidade para cima ou para baixo?

(d) Ache os pontos de inflexão de f.

(e) Admitindo que $f(0) = 0$, faça um esboço do possível gráfico de f.

29. Esboce o gráfico das funções abaixo e dê as equações das assíntotas, quando existirem.

(a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 1$
(b) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$
(c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$
(d) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$
(e) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 4}$
(f) $f(x) = (3 - \dfrac{6}{x})e^{\frac{2}{x}}$
(g) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$
(h) $f(x) = e^x - e^{3x}$
(i) $f(x) = x - 3\ln x - \dfrac{2}{x}$
(j) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$
(k) $f(x) = \sqrt[3]{x(x-1)^2}$
(l) $f(x) = x^x$
(m) $f(x) = \ln(2x) - \ln(3x^2 + 3)$
(n) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 1}$
(o) $f(x) = \dfrac{(x-2)^3}{x^2}$
(p) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$
(q) $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln x)$
(r) $f(x) = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$
(s) $f(x) = x^2 \ln x$
(t) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$
(u) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

30. Achar os valores máximo e mínimo de:

(a) $f(x) = \operatorname{sen} x - \cos x,\ x \in [0, \pi]$.

(b) $f(x) = \sqrt{3 + 2x - x^3},\ -\frac{1}{2} \le x \le 1$.

(c) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln x,\ \frac{1}{2} \le x \le 4$.

(d) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2},\ -1 \le x \le 2$.

(e) $f(x) = |x^4 - 2x^3|,\ 0 \le x \le 3$.

31. Para que números positivos a a curva $y = a^x$ corta a reta $y = x$?

32. Seja $f(x)$ um polinômio de grau 3, com três raízes reais distintas. Mostre que f tem um ponto de inflexão, que é a média aritmética das três raízes.

33. Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(a) = f(b) = 0$. Mostre que se $f'(a)f'(b) > 0$, então existe c entre a e b tal que $f(c) = 0$.

34. Para que valores de k a equação $2x^3 - 9x^2 + 12x = k$ tem três raízes reais distintas ?

35. Suponha que $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ seja contínua, $f(0) = 1$ e que $f(x)$ é um número racional para todo $x \in [0,1]$. Prove que $f(x) = 1$, para todo $x \in [0,1]$.

36. Seja $f(x) = x^7 + 8x^3 - x^5 - 8x$. Prove que $f'(x)$ tem duas raízes distintas no intervalo $]-1,1[$.

37. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável e seja $a \in \mathbb{R}$ fixado. Verifique se as afirmações são **verdadeiras** ou **falsas**. Justifique.

    (a) Se $f'(x) > 0$, para todo $x > a$, então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

    (b) Se f é derivável até segunda ordem com $f'(x) > 0$ e $f''(x) > 0$, para todo $x > a$, então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

    (c) Se $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = 0$ então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$.

    (d) Se existe uma assíntota para f (quando $x \to +\infty$) com coeficiente angular m e se existe $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = L$, então $L = m$.

    (e) Se $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = m \in \mathbb{R},\ m \neq 0$ então f tem uma assíntota com coeficiente angular igual a m.

38. Suponha que $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ é contínua e que $0 \leq f(x) \leq 1$, para todo $x \in [0,1]$. Prove que existe $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = c$.

39. Prove que se p é um polinômio, a equação $e^x - p(x) = 0$ não pode ter infinitas soluções reais.

40. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e com um único ponto crítico x_0. Prove que se x_0 for ponto de mínimo (máximo) local de f, então x_0 será o único ponto de mínimo (máximo) global de f.

41. No seu livro de Cálculo de 1696, l'Hôpital ilustrou sua regra com o limite da função

$$f(x) = \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$$

    quando $x \to a$, $a > 0$. Calcule este limite.

42. Considere a parábola $y = bx^2$ com $b \geq 1$.

    (a) Determine, em termos de b, a área da região compreendida entre essa parábola e a reta $y = x$, para $x \in [0,1]$.

    (b) Determine $b \in [1,3]$ de modo que a área seja máxima. Justifique!

43. Para que pontos da circunferência $x^2 + y^2 = 25$ a soma das distâncias a (2,0) e (-2,0) é mínima?

44. Achar os pontos da hipérbole $x^2 - y^2 = 1$ mais próximos de (0,1).

45. Um triângulo isóceles está circunscrito a um círculo de raio R. Se x é a altura do triângulo, mostre que sua área é mínima quando $x = 3R$.

46. Qual é o menor valor da constante a para o qual a desigualdade $ax + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{2}$ é válida para todo número positivo x?

47. Seja $f(x) = 5x^2 + \dfrac{a}{x^5}$, $x > 0$, onde $a > 0$. Ache o menor valor de a de modo que $f(x) \geq 28$, $\forall x > 0$.

48. Um cilindro é obtido girando-se um retângulo ao redor do eixo x, onde a base do retângulo está apoiada. Seus vértices superiores estão sobre a curva $y = \dfrac{x}{x^2+1}$. Qual é o maior volume que tal cilindro pode ter?

49. (a) Latas cilíndricas fechadas devem ser feitas com um volume V especificado. Qual é a razão entre a altura e o diâmetro da base que minimiza a quantidade de metal gasto para fazer a lata?

(b) Por que as latas encontradas no mercado não são em geral como em (a)? Em geral o metal vem em uma chapa retangular. Não há desperdício envolvido em cortar a chapa que formará a superfície lateral, mas as tampas devem ser cortadas de uma peça quadrada, e as sobras, são desprezadas (ou então recicladas). Ache a razão entre a altura e o diâmetro de uma lata de volume V que minimiza o custo do material utilizado.

50. Um arame de comprimento L deve ser cortado em 2 pedaços, um para formar um quadrado e outro um triângulo equilátero. Como se deve cortar o arame para que a soma das áreas cercadas pelos 2 pedaços seja (a) máxima? (b) mínima? Mostre que no caso (b) o lado do quadrado é $2/3$ da altura do triângulo.

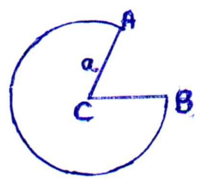
51. Em uma competição, um dardo é lançado sob um ângulo de inclinação θ. Seja r o alcance do dardo, isto é, a distância entre o ponto de lançamento até o ponto de queda do dardo. Então r é dado por $r = \dfrac{2v^2}{g} \operatorname{sen} \theta \cos \theta$, onde v e g são constantes. Para que ângulo o alcance é máximo?

52. Determine o cone circular reto de maior volume que pode ser inscrito numa esfera de raio 3.

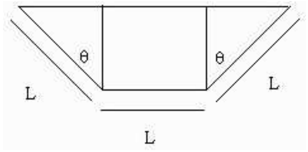
53. Deseja-se construir uma esfera e um cubo de modo que a soma das áreas de suas superfícies seja igual a 2. Determine o raio da esfera que maximiza e o que minimiza a soma de seus volumes.

54. Um muro de 2 metros de altura está a 1 metro de distância da parede lateral de um prédio. Qual o comprimento da menor escada cujas extremidades se apóiam uma na parede, e outra no chão do lado de fora do muro?

55. Um papel de filtro circular de raio a deve ser transformado em um filtro cônico cortando um setor circular e juntando as arestas CA e CB. Ache a razão entre o raio e a profundidade do filtro de capacidade máxima.

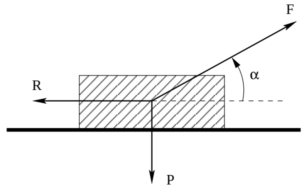


56. Um reservatório tem fundo horizontal e seção transversal como se mostra na figura. Achar a inclinação dos lados com a vertical de modo a obter a máxima capacidade.



Exercícios Complementares

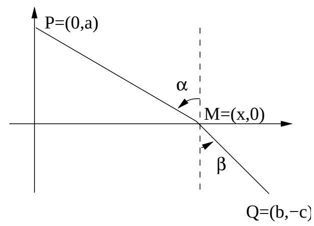
57. Um corpo de peso P apoiado sobre um plano horizontal deve ser deslocado horizontalmente pela aplicação de uma força de intensidade F. Qual o ângulo α com a horizontal deve formar a força para que a intensidade da mesma necessária para mover o corpo seja mínima, admitindo coeficiente de atrito $\mu > 0$?



OBSERVAÇÃO. Para cada $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ fixo, o valor mínimo da força F para movimentar o bloco é tal que a diferença entre a componente horizontal de F e a força de atrito R seja positiva, i.e. $F\cos\alpha - \mu(P - F\sin\alpha) \geq 0$, ou seja, $F \geq \frac{\mu P}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$.

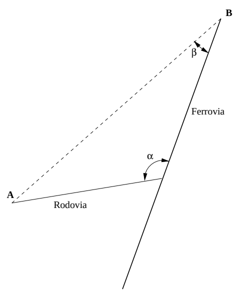
58. (LEI DE REFRAÇÃO DE SNELLIUS) O objetivo desta questão é demonstrar como a *lei da refração de Snellius*, da Óptica Geométrica, pode ser obtida como conseqüência do *princípio de Fermat*, segundo o qual "a trajetória dos raios de luz é aquela que minimiza o tempo de percurso".

    Sejam $P \in \mathbb{R}^2$ um ponto no semi-plano superior e $Q \in \mathbb{R}^2$ um ponto no semi-plano inferior, fixos (vide figura abaixo). Uma partícula vai de P a um ponto $M = (x, 0)$ sobre o eixo Ox com velocidade constante u e movimento retilíneo; em seguida, vai de M até Q com velocidade constante v, também em movimento retilíneo. Seja $T\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $T(x)$ é o tempo de percurso de P a Q. Mostre que T possui um único ponto de mínimo $x_0 \in \mathbb{R}$. Verifique que $x_0 \in (0, b)$ e que, se $x = x_0$, então $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{u} = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{v}$.



OBSERVAÇÃO. A *lei da reflexão plana* também pode ser obtida como conseqüência do mesmo princípio (verifique!).

59. Deve-se construir uma estrada ligando uma fábrica A a uma ferrovia que passa por uma cidade B. Assumindo-se que a estrada e a ferrovia sejam ambas retilíneas, e que os custos de frete por unidade de distância sejam m vezes maiores na estrada do que na ferrovia, encontre o ângulo α a que a estrada deve ser conectada à ferrovia de modo a minimizar o custo total do frete da fábrica até a cidade. Assuma $m > 1$.

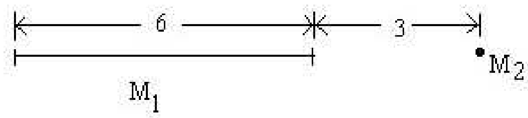


60. Um corredor de largura a forma um ângulo reto com um segundo corredor de largura b. Uma barra longa, fina e pesada deve ser empurrada do piso do primeiro corredor para o segundo. Qual o comprimento da maior barra que pode passar a esquina?

61. Sabe-se que a intensidade da força de atração entre duas partículas é dada por

$$F = \frac{Cm_1 m_2}{d^2}$$

onde C é uma constante, m_1 e m_2 são as massas das partículas e d é a distância entre elas. Uma barra linear homogênea de massa $M_1 = 18kg$ e uma massa pontual $M_2 = 2kg$ estão dispostas como na figura. Calcule a intensidade da força de atração entre as duas massas.



62. Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\pi}{n} \left(\text{sen} \frac{\pi}{n} + \text{sen} \frac{2\pi}{n} + \cdots \text{sen} \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$

Respostas

1. $\frac{1}{2}$ **2.** $\frac{104}{3}$ **3.** $\frac{107}{24}$ **4.** $-\frac{5}{3}$ **5.** $m = 2$ **6.** $\frac{27}{4}$ **7.** $\frac{8}{5}$ **8.** $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$ **9.** $c = \frac{4}{9}$

10. $g'(1) = \frac{1}{4}$ **11.** (b) 0; (c) $\frac{1}{2}$ **19.** (a) $a = 16$; (b) $a = -54$

20. (a) 0, (b) 0, (c) 0, (d) 1, (e) 0, (f) 0, (g) 0 (h) p, (i) $\frac{1}{6}$, (j) 1, (k) 1, (l) e^4, (m) 1 (n) $+\infty$, (o) $\frac{2}{3}$, (p) 1, (q) e^2, (r) 3, (s) $-\frac{1}{2}$, (t) 2, (u) e, (v) e, (w) 1.

21. $c < -27$ ou $c > 5$

23. a) f é estr. cresc. em $]-\infty, -2]$ e em $[3, +\infty[$; f é estr. decresc. em $[-2, 0[$ e em $]0, 3]$.
b) $+\infty$, $-\infty$, $+\infty$, 0. c) $0 < k < 4e^{-1/2}$ ou $k > 9$

24. $a = -\frac{1}{\ln 2}$

25. Não há soluções se $k < 0$; tem 1 solução se $k = 0$ ou $k > \frac{4}{e^2}$; tem 2 soluções se $k = \frac{4}{e^2}$; tem 3 soluções se $0 < k < \frac{4}{e^2}$.

26. (a) $x_0 = 1$

30. (a) -1; $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{\frac{17}{8}}$; $\sqrt{3 + \sqrt{\frac{32}{27}}}$ (c) 4; 1 (d) $\sqrt[3]{-3}$; 0 (e) 0; 27

31. $a \leq e^{\frac{1}{e}}$ **34.** $4 < k < 5$

37. As afirmações (b) e (d) são **verdadeiras** e (a), (c) e (e) são **falsas**.

41. $\frac{16a}{9}$ **42.** (a) $A(b) = \frac{1}{3b^2} + \frac{b}{3} - \frac{1}{2}$; (b) $b = 3$

43. $(5, 0)$ e $(-5, 0)$

44. $\left(\pm\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

46. $a = 2$

47. $a = 2^8$

48. $\frac{\pi}{4}$

49. (a) 1; (b) $\frac{4}{\pi}$

50. (a) Deve-se formar apenas um quadrado;
(b) o lado do quadrado é $\frac{\sqrt{3}L}{9 + 4\sqrt{3}}$.

51. $\theta = \frac{\pi}{4}$

52. altura: 4; raio: $2\sqrt{2}$

53. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$; $\frac{1}{\sqrt{2\pi + 12}}$

54. $\left(1 + \sqrt[3]{4}\right)^{3/2}$

55. $\sqrt{2}$

56. $\theta = \frac{\pi}{6}$

57. $\operatorname{arctg} \mu$

59. $\pi - \max\{\beta, \arccos(\frac{1}{m})\}$

60. $(a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}$

61. $\frac{4}{3}C$