Questão 2. (3,0) B

Considere a função $f(x) = xe^{-3x}, x \in \mathbb{R}$.

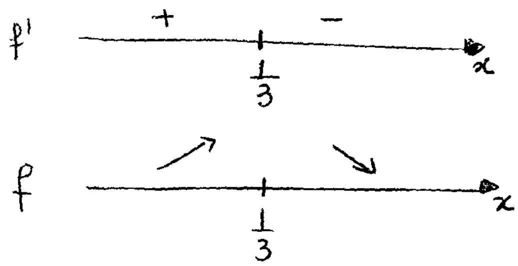
(a) Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento.

(b) Determine a concavidade.

(c) Calcule os limites necessários e esboce o gráfico.

(d) Qual o número de soluções da equação $e^{3x} = 3x$? Justifique.

a) $f'(x) = (1-3x)\underbrace{e^{-3x}}_{>0}$

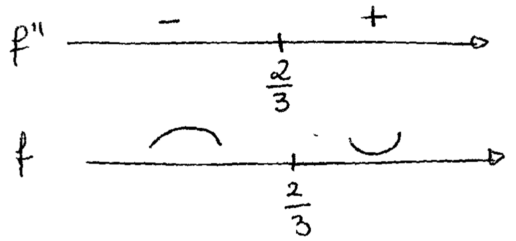


f é crescente em $]-\infty, \frac{1}{3}[$ e decrescente em $]\frac{1}{3}, +\infty[$.

$x = \frac{1}{3}$ é ponto de máximo de f

$f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}e^{-1} = \frac{1}{3e}$ é o valor máximo de f.

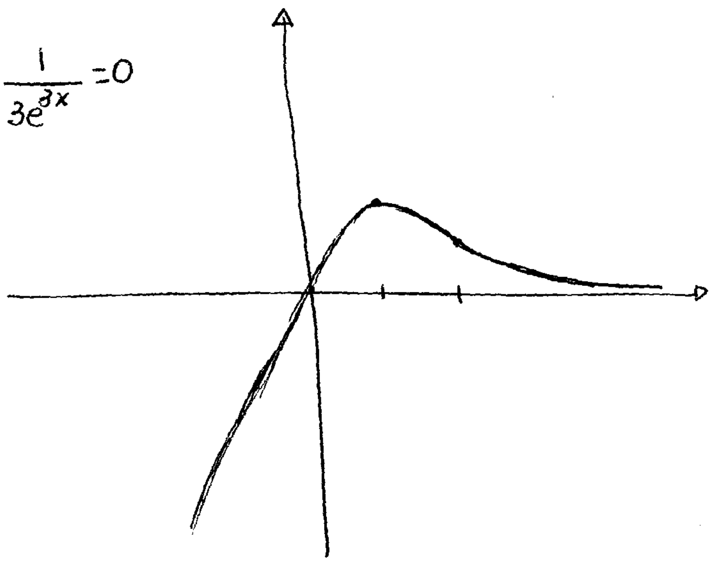
b) $f''(x) = (9x-6)e^{-3x}$



$x = \frac{2}{3}$ é ponto de inflexão.

c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^{3x}} \underset{\text{L'Hopital}}{=} \lim \frac{1}{3e^{3x}} = 0$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{e^{3x}} = -\infty.$



d) $e^{3x} = 3x \iff \frac{1}{3} = x e^{-3x} = f(x)$

Como $\frac{1}{3} > \frac{1}{3e} = f(\frac{1}{3})$,

vemos que $\frac{1}{3} \notin \operatorname{Im} f =]-\infty, \frac{1}{3e}]$

Logo, a equação $e^{3x} = 3x$ não tem solução.