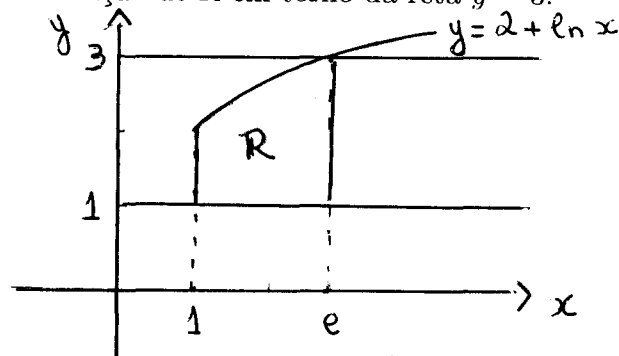


Questão 2. (2,5)

Seja  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e, 1 \leq y \leq 2 + \ln(x)\}$ . Calcule o volume do sólido obtido pela rotação de  $R$  em torno da reta  $y = 3$ .



$$V = \pi \int_1^e [(3-1)^2 - (3-2-\ln x)^2] dx = \pi \int_1^e (3 + 2\ln x - \ln^2 x) dx =$$

$$= \pi \left[ 3(e-1) + 2 \int_1^e \ln x dx - \int_1^e \ln^2 x dx \right]$$

Cálculo das integrais (por partes)

$$\int_1^e 1 \cdot \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx = (x \ln x - x) \Big|_1^e =$$

$$= (e \ln e - e) - (1 \ln 1 - 1) = 1$$

$$\int_1^e 1 \ln^2 x dx = x \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x (2 \ln x) \frac{1}{x} dx = x \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx =$$

$$= (e \ln^2 e - 1 \ln^2 1) - 2 = e - 2$$

$$\text{Resposta: } V = \pi [3(e-1) + 2 - (e-2)] = \pi(2e+1)$$