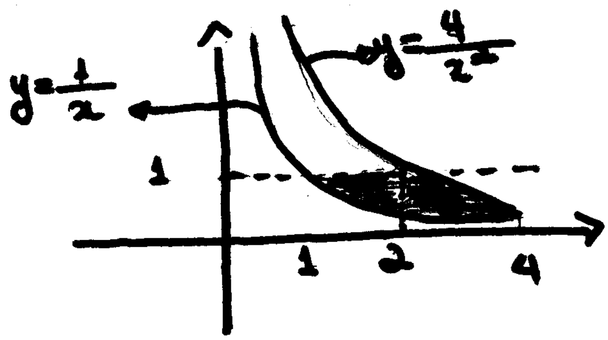
3. (a) **(1,5)** Calcule a área da região

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \le 1, \frac{1}{x} \le y \le \frac{4}{x^2}\right\}$$

$\frac{1}{x} = \frac{4}{x^2} \Leftrightarrow x = 4$

$0 < x \le 4 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x}{x^2} \le \frac{4}{x^2}$

$4 < x \Rightarrow \frac{4}{x^2} < \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$



$(x > 0 \text{ e } \frac{1}{x} \le 1) \Leftrightarrow x \geq 1$

$(x > 0 \text{ e } \frac{4}{x^2} \le 1) \Leftrightarrow x \geq 2$

$A_1 = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = x\Big|_1^2 - \ln x\Big|_1^2$

$A_1 = 1 - \ln 2$

$A_2 = \int_2^4 \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x}\right) dx = \frac{-4}{x}\Big|_2^4 - \ln x\Big|_2^4$

$A_2 = -1 + 2 - \ln 4 + \ln 2$

$A_2 = 1 - \ln 2$

$A_1 + A_2 = 2 - 2\ln 2$

$\boxed{\text{Resposta: } 2 - 2\ln 2}$

(b) Seja $f(x) = x^7 + \pi x^3 - 8x^2 + ex + 1$.

i. **(1,0)** Quantas raízes reais distintas tem a equação $f''(x) = 0$?

ii. **(0,5)** Mostre que a equação $f(x) = 0$ tem exatamente três raízes reais distintas. **Mencione os teoremas utilizados.**

Veja prova B