1. **(3,5)** Seja $f(x) = \dfrac{e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

   (a) Determine o domínio de f e os intervalos de crescimento e decrescimento de f.

   (b) Verifique que $f''(x) = e^{\frac{2}{x}}\left(\dfrac{2x^2+8x+a}{x^5}\right)$. Determine a e estude a concavidade de f.

   (c) Calcule os limites necessários e esboce o gráfico de f.

a) $\text{Dom} f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$f'(x) = e^{\frac{2}{x}}\cdot\left(-\frac{2}{x^2}\right)\cdot\frac{1}{x} + e^{2/x}\left(-\frac{1}{x^2}\right) = e^{2/x}\left(-\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^2}\right) = e^{2/x}\left(\frac{-2-x}{x^3}\right)$

$f'(x)=0$ se $x=-2$

	-2		0	
$-2-x$	$+$	$-$		$-$
x^3	$-$	$-$		$+$
f'	$-$	$+$		$-$
f	$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$

f é estritamente crescente em $[-2,0[$ e estritamente decrescente em $]-\infty,-2]$ e em $]0,+\infty[$.

$\left(-2,-\frac{1}{2e}\right)$ é ponto de mínimo local.

b) $f''(x) = e^{2/x}\left(-\frac{2}{x^2}\right)\left(-\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^2}\right) + e^{2/x}\left(\frac{6}{x^4}+\frac{2}{x^3}\right) = e^{2/x}\left(\frac{4}{x^5}+\frac{2}{x^4}+\frac{6}{x^4}+\frac{2}{x^3}\right) = e^{2/x}\left(\frac{2x^2+8x+4}{x^5}\right)$ $\boxed{a=4}$

$f''(x)=0$ se $x^2+4x+2=0$ $\therefore$ $x=-2\pm\sqrt{2}$.

	$-2-\sqrt{2}$		$-2+\sqrt{2}$		0	
$2x^2+8x+4$	$+$	$-$		$+$		$+$
x^5	$-$	$-$		$-$		$+$
f''	$-$	$+$		$-$		$+$
f	$\cap$	$\cup$		$\cap$		$\cup$

f tem concavidade p/ baixo em $]-\infty,-2-\sqrt{2}[$ e em $]-2+\sqrt{2},0[$

f tem concavidade p/ cima em $]-2-\sqrt{2},-2+\sqrt{2}[$ e em $]0,+\infty[$

$\left(-2-\sqrt{2}, \frac{e^{\frac{2}{-2-\sqrt{2}}}}{-2-\sqrt{2}}\right)$ e $\left(-2+\sqrt{2}, \frac{e^{\frac{2}{-2+\sqrt{2}}}}{-2+\sqrt{2}}\right)$ são pontos de inflexão

c) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2/x}}{x} = 0 = \lim_{x\to-\infty}\frac{e^{2/x}}{x}$ $\left(\text{pois } \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x} = 0 = \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x} \text{ e } \lim_{x\to+\infty} e^{2/x} = 1 = \lim_{x\to-\infty} e^{2/x}\right)$

$\lim_{x\to0^+}\frac{e^{2/x}}{x} = +\infty$

$\lim_{x\to0^-}\frac{e^{2/x}}{x} = \lim_{x\to0^-}\frac{\frac{1}{x}}{e^{-\frac{2}{x}}} \underset{L'H}{\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=}} \lim_{x\to0^-}\frac{-\frac{1}{x^2}}{e^{-\frac{2}{x}}\left(\frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x\to0^-} -\frac{e^{\frac{2}{x}}}{2} = 0.$