B

Questão 3. (2,0) Considere a função $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}}{x^2+1}$.

a) Usando regras de derivação, determine a derivada de f.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 0.

a) $$f'(x) = \frac{\left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}\right]'(x^2+1) - \left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}\right](x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{\left[\cos(\operatorname{tg}(x^2)) \cdot \sec^2(x^2) \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x+9}}\right] \cdot (x^2+1) - \left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}\right] \cdot 2x}{(x^2+1)^2}.$$

b) Ponto de tangência : $(0, f(0))$

inclinação da reta: $m = f'(0)$.

$$f(0) = \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg} 0) + \sqrt{0+9}}{1} = \sqrt{9} = 3$$

$$f'(0) = \frac{\left[\cos 0 \cdot \sec^2 0 \cdot 2 \cdot 0 + \frac{1}{2\sqrt{9}}\right] \cdot 1 - \left[0 + \sqrt{9}\right] \cdot 0}{1}$$

$$f'(0) = \frac{1}{6}$$

Logo, a equação da reta tangente é

$$y - 3 = \frac{1}{6}(x - 0)$$

$$\boxed{y = \frac{x}{6} + 3}$$