A

Questão 3. (2,0) Considere a função $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+4}}{x^2+1}$.

a) Usando regras de derivação, determine a derivada de f.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 0.

a) $$f'(x) = \frac{\left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+4}\right]'(x^2+1) - \left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+4}\right]\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{\left[\cos(\operatorname{tg}(x^2))\cdot\sec^2(x^2)\cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x+4}}\right](x^2+1) - \left[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+4}\right]\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

b) Equação da reta tangente

Ponto de tangência : $(0, f(0))$

inclinação : $m = f'(0)$

$$f(0) = \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg} 0) + \sqrt{0+4}}{1} = \sqrt{4} = 2.$$

$$f'(0) = \frac{\left[\cos 0 \cdot \sec^2 0 \cdot 2\cdot 0 + \frac{1}{2\sqrt{4}}\right]\cdot 1 - \left[0 + \sqrt{4}\right]\cdot 0}{1} = \frac{1}{4}.$$

Portanto, a equação da reta tangente é:

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 0)$$

$$\boxed{y = \frac{x}{4} + 2}$$