

# MAT 206 / MAP 216 – Análise Real

## IME – 2007

<http://www.ime.usp.br/mat/206>

Prof. Gláucio Terra

Instituto de Matemática e Estatística - U.S.P.

Sala 102-A, Ramal 9093

[glaucio@ime.usp.br](mailto:glaucio@ime.usp.br)

### O que é Análise Matemática?

É costume na comunidade matemática classificar as teorias matemáticas atualmente conhecidas em três grandes áreas: a *Análise*, a *Álgebra* e a *Geometria*<sup>1</sup>.

Em linhas gerais, pode-se dizer que a *Análise* engloba todas as teorias matemáticas cujas raízes remontam à formulação rigorosa do *Cálculo Diferencial e Integral* que se deu a partir do século XIX, desenvolvidas a partir das noções centrais de *limite* e *convergência*<sup>2</sup>. Entre tais teorias, podemos citar: *Análise Real*, *Análise Funcional*, *Funções Analíticas*, *Medida e Integração*, *Equações Diferenciais*, *Sistemas Dinâmicos*, *Análise Numérica*.

A *Análise Real*, assunto a ser estudado neste curso, é a parte da *Análise* cujos objetos de estudo são os números reais e suas funções<sup>3</sup>, na qual se estudam conceitos como continuidade, diferenciabilidade e integração – conceitos estes derivados das noções centrais de limite e convergência mencionadas acima.

### Conteúdo e Objetivos do Curso.

Tem-se por objetivo neste curso introduzir conceitos básicos da análise real, visando tornar os estudantes familiarizados com a linguagem formal e técnicas de demonstração em Matemática.

#### Ementa:

1. Números reais: introdução axiomática. Seqüências numéricas. Limites superior e inferior. Seqüências de Cauchy. Seqüências limitadas e monótonas limitadas. Intervalos encaixantes.
2. Continuidade: teoremas do anulamento, do máximo e do mínimo, preservação da conexidade. Continuidade por seqüências. Continuidade uniforme.
3. Derivabilidade: diferencial e teorema do valor médio.

---

<sup>1</sup>nota: a intersecção destas três grandes áreas é não-vazia, i.e algumas teorias matemáticas fazem parte de mais de uma área; há também teorias matemáticas que não fazem parte de nenhuma destas três grandes áreas, como é o caso da *Lógica Matemática* e da *Teoria dos Conjuntos*, que fazem parte da área chamada de *Fundamentos da Matemática*.

<sup>2</sup>de números ou funções.

<sup>3</sup>neste primeiro curso de *Análise Real*, estudaremos funções de *uma* variável real.

4. Integral de Riemann: definição e exemplos especiais. Integrabilidade de funções contínuas e teorema fundamental do Cálculo. Critérios de integrabilidade.
5. Séries numéricas: critérios de convergência.
6. Seqüências e séries de funções convergência pontual e uniforme, teste-M de Weierstrass. Continuidade, integrabilidade e derivabilidade com convergência uniforme.
7. Séries de potências e propriedades.

### Bibliografia Recomendada:

#### *Livro-texto:*

- Lima, Elon Lages, *Análise Real*, Vol. 1, 8ª edição, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2004.

#### *Bibliografia Complementar:*

- Lima, Elon Lages, *Curso de Análise*, Vol. 1, 12ª edição, Projeto Euclides, IMPA, 2004.
- Figueiredo, Djairo G., *Análise I*, LTC, Rio de Janeiro, 1974.

Horário das Aulas. Segundas: 10h00 às 11h40, Quartas: 8h00 às 9h40.

### Avaliação.

A avaliação será feita através de provas (80% da média final) e listas de exercícios (20% da média final). Teremos duas provas ao longo do semestre e uma substitutiva aberta; as listas de exercícios deverão ser entregues semanalmente. Assim, a média final será dada por:

$$MF = (4 MP + ML)/5$$

onde  $MP$  é a média das provas, dada por:

$$MP = \max\{(P1 + P2)/2, (S + P2)/2, (P1 + S)/2\}$$

e  $ML$  é a média das listas de exercícios.

O aluno será aprovado se  $MF \geq 5$  e a freqüência às aulas for maior do que 70%. Se  $3 \leq MF < 5$  e a freqüência for maior do que 70%, o aluno terá direito a fazer uma Prova de Recuperação no mês de Julho. Neste caso, se  $R$  for a nota da prova de recuperação, a nova média será  $M_{final} = \max\{MF, \frac{MF+2R}{3}\}$ .

### Datas das Provas.

1ª Prova: 2 de maio

2ª Prova: 25 de junho

Prova Substitutiva: 27 de junho

26 de fevereiro de 2007.