

# CAEM-IME-USP

## Virada Malba Tahan 2023

*Revista Malba*, Ano VIII, n. 8

<b>Dicas.....</b>	<b>2</b>
Problemas.....	2
Probleminha ou Problemão?.....	2
Desafios geométricos.....	2
<b>Resoluções e Respostas.....</b>	<b>3</b>
Página 2.....	3
Problema 1.....	3
Desafio visual 1.....	4
Probleminha ou problemão?.....	4
Página 3.....	4
Problema 2.....	4
Desafio com palitos 1.....	5
Desafio geométrico 1.....	6
Páginas 4 e 5.....	7
Caça palavras.....	7
Probleminha e problemão 2.....	7
Página 6.....	7
Problema 3.....	7
Página 7.....	8
Problema 04.....	8
Página 8.....	8
Probleminha ou Problemão 3.....	8
Desafio Geométrico 2.....	9
Desafio com Palitos 2.....	10
Página 9.....	11
Problema 5.....	11
Cálculo Mental!.....	11
Contra-capa.....	12
Cruzadinha.....	12

*Se ainda não encontrou a solução de algum problema, antes de consultar as respostas, veja aqui algumas **dicas** e tente mais um pouco!*

## Dicas

### Problemas

1. (p. 2) O problema pode ser resolvido por meio da visualização (imagine uma mesa em cima da outra...) ou de forma algébrica por meio de sistemas (para cada mesa, monte equações com  $g$ : altura do gato;  $t$ : altura da tartaruga etc....).
2. (p. 3) Tente encontrar pelo menos um cubinho com três, duas ou uma face pintada e ver se existe um padrão. Que tal analisar as simetrias presentes em um cubo?
3. (p. 6) Analise a correspondência entre a quantidade de pães que cada um possuía e a quantidade de moedas a receber por cada um deles levando em conta com quantos pedaços cada um contribuiu para a partilha..
4. (p. 7) Essa atividade é mais divertida se você e seus colegas pensarem um pouco sozinhos e depois discutirem juntos!
5. (p. 9) Huguinho sempre fala a verdade. Esse pode ser o ponto de partida<sup>1</sup>. Analise qual das falas pode ser a do Huguinho.

### Probleminha ou Problemão?

1. (p. 2) A resposta **não** é 16. Pense no grau de parentesco com cada um dos envolvidos no problema.
2. (p. 5) Existe somente uma possibilidade de 4 algarismos inteiros positivos terem produto 2.
3. (p. 8) Tente pensar em alguns casos como  $76 \times 76$  ou  $276 \times 176$ . É possível fazer alguma generalização? Outra dica: como fazemos para determinar o algarismo da unidade e da dezena de um produto entre dois números?

### Desafios geométricos

---

<sup>1</sup> Problema numerado como "6" da versão 1 da revista impressa.

- (p. 3) Qual é o tamanho da linha rosa? Pense na soma das alturas dos degraus e também na soma das larguras dos degraus (visualizando esses segmentos "alinhados").
- (p. 8) Tente visualizar alguns retângulos e suas diagonais. Além disso, você pode organizar a contagem observando os triângulos sem traços interiores, com exatamente um traço, com exatamente dois traços e assim por diante...

## Resoluções e Respostas

### *Página 2*

#### Problema 1

##### **Resolução 1 (por sistema):**

Sendo  $g$ : altura do gato  
 $t$ : altura da tartaruga  
 $m$ : altura da mesa

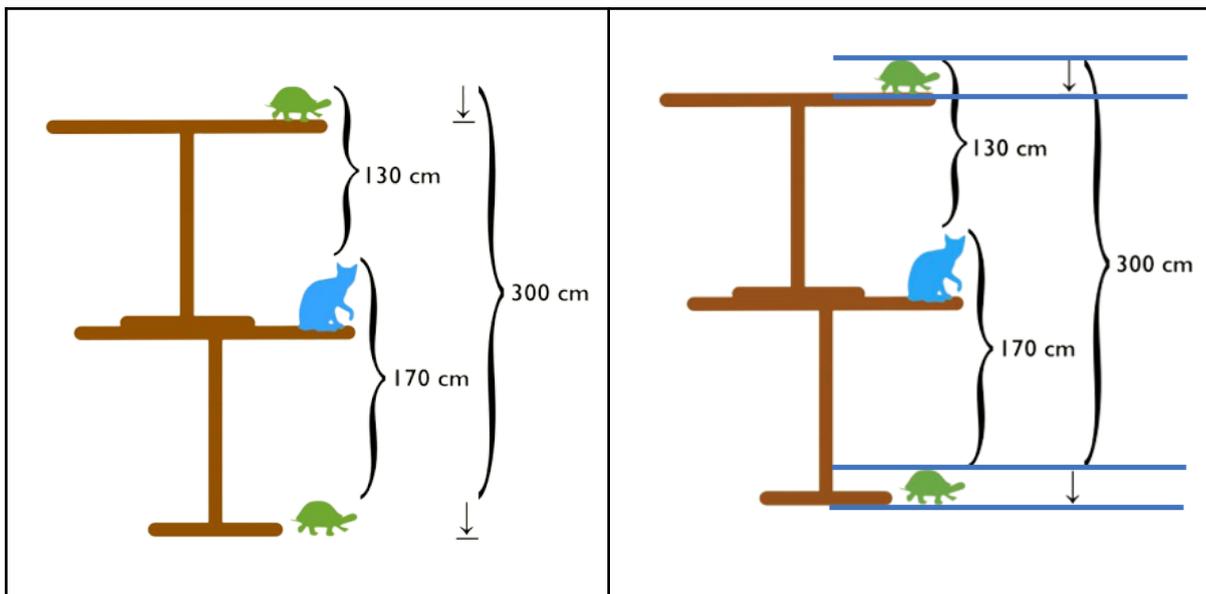
Podemos escrever:

$$g + m - t = 170 \text{ cm (mesa 1)}$$

$$t + m - g = 130 \text{ cm (mesa 2)}$$

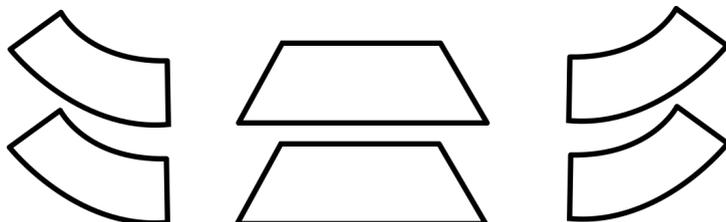
Somando as duas equações, temos:  $2m = 300 \text{ cm} \Rightarrow m = 150 \text{ cm}$

##### **Resolução 2 (visual):**



Nota-se que as duas mesas juntas somam 300 cm, logo cada uma tem altura 150 cm.

### Desafio visual 1



Com auxílio de um instrumento de medida, é possível verificar que as figuras possuem o mesmo tamanho. Outra possibilidade, é por meio do recorte e sobreposição das figuras. Veja mais sobre: [Ilusão Wundt-Jastrow](#)



Já viu essas peças? São para montar trilhos de trenzinho de brinquedo. Tem tudo a ver com o desafio visual! Não parecem ter o mesmo tamanho, não é?

### Probleminha ou problemão?

4. (p. 2) A resposta é 12. São 16 netos do seu avô no total, mas 4 não são seus primos, porque um é você e os outros três são seus irmãos.

### *Página 3*

### Problema 2

1. 8, são todos os cubinhos que contém os vértices do cubo grande.
2. Cada uma das arestas do cubo grande possui dois cubinhos com 2 faces pretas, totalizando assim  $2 \times 12 = 24$  cubinhos com exatamente 2 faces pintadas.
3. Em cada face do cubo grande temos 4 cubinhos com apenas uma face pintada, assim temos um total de  $4 \times 6 = 24$  cubinhos com uma face preta.

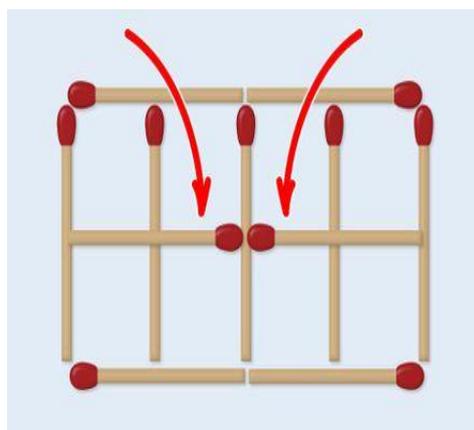
4. Se tirarmos a camada externa de cubinhos pintados de preto, restará um cubo  $2 \times 2 \times 2$  que não teve nenhuma de suas faces pintadas. Logo, temos que  $2 \times 2 \times 2 = 8$  cubinhos não tiveram nenhuma de suas faces pintadas.

Outra solução: Sabemos que um cubo  $4 \times 4 \times 4$  é formado por 64 cubinhos. Sabemos que a soma de cubinhos pintados é exatamente igual a  $8 + 24 + 24 + 56$  (Por quê?), logo a quantidade de cubinhos sem nenhuma face preta é  $64 - 56 = 8$  faces.

5. Usando o raciocínio apresentado no item d, imagine que tenhamos um cubo de lado medindo  $n$  cm, isto é, ele seria composto por  $n \times n \times n = n^3$  cubinhos de lado 1 cm. Ao pintarmos o cubo de lado  $n$  e tirarmos a camada externa de cubinhos pintados, teríamos um cubo menor com lado medindo  $(n-2)$  cm. Tal cubo menor teria um total de  $(n-2) \times (n-2) \times (n-2) = (n-2)^3$  cubinhos de lado 1 cm. Assim, o total de cubinhos seria a quantidade total de cubinhos do cubo grande subtraindo a quantidade de cubinhos do cubo menor que não possui nenhum cubinho pintado:  $n^3 - (n-2)^3$ .

Observação: note que essa fórmula funciona bem para os casos em que  $n$  é maior ou igual a 2. No caso em que  $n=1$ , fica evidente que a quantidade de cubinhos pintados é igual a um.

### Desafio com palitos 1



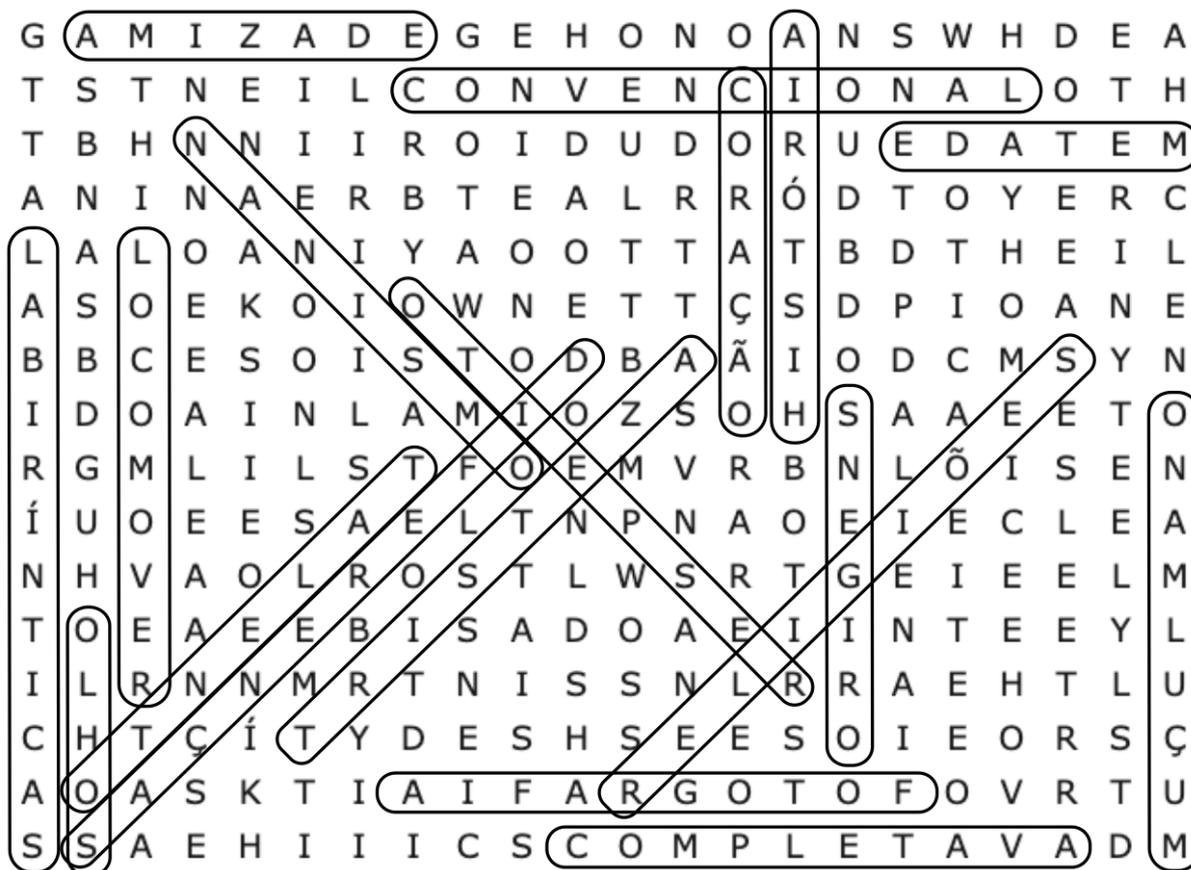
## Desafio geométrico 1



De altura a escada tem 3 unidades de comprimento (u.c.) e largura 5 (u.c.), mas e se formos descobrir o comprimento completo dos degraus? O caminho rosa completo é a soma de todas as partes verticais, ou alturas, dos degraus (3) e das partes horizontais, ou larguras, dos degraus (5). No total, temos então 8 de comprimento.

## *Páginas 4 e 5*

### Caça palavras



### Probleminha e problemão 2

Para a soma ser 5 e o produto ser 2, os algarismos só podem ser 1, 1, 1 e 2. A solução são os números que podem ser formados por todas as combinações desses: 1112; 1121; 1211 e 2111.

## *Página 6*

### Problema 3

Beremiz deve receber 7 moedas, pelos cinco pães, e seu companheiro 1 moeda, pelos três pães. A Revista Malba de 2018, disponível no site do **CAEM**, traz na página 4 a solução deste problema dada por Malba Tahan.

## *Página 7*

### **Problema 04**

A conclusão “quanto mais queijo, menos queijo” é contraditória e não pode ser verdadeira. A linha 1 da argumentação (“o queijo suíço tem buracos”) é verdadeira. Então deve haver algum erro nas linhas 2 ou 3. Devemos identificar este erro para resolver o problema.

Há mais de uma forma de resolver o problema, pois podemos interpretar “queijo” e “buracos” de diferentes maneiras. Apresentaremos, a seguir, algumas respostas e justificativas possíveis:

Se fixarmos o volume da peça de queijo e considerarmos a massa do queijo (ou o “peso” do queijo), então, quanto mais pesada for a peça de queijo, menos aerada ela será. Nesse sentido, quanto mais queijo, menos buracos, e então a linha 2 estaria incorreta.

Se pensarmos que há uma proporção direta entre a massa de queijo e a quantidade de buracos, por exemplo, há 20 buracos em cada 1kg de queijo, então, se houver 40 buracos, haverá 2 kg de queijo. Então a linha 3 estaria errada, pois, por esse raciocínio, quanto mais buracos, mais queijo.

E se considerarmos o volume da peça de queijo (ou o tamanho do queijo), então os buracos dentro do queijo também podem ser considerados queijo. Nesse sentido, ter mais ou menos buracos não altera o volume de queijo, e então a linha 3 estaria incorreta.

Podemos também interpretar os “buracos” como a quantidade (contável) de buracos ou como o volume de ar dentro da peça de queijo, ou ainda com a área dos “furos circulares” em uma fatia fina de queijo. Enfim, essas interpretações podem levar a outras respostas.

## *Página 8*

### **Probleminha ou Problemão 3**

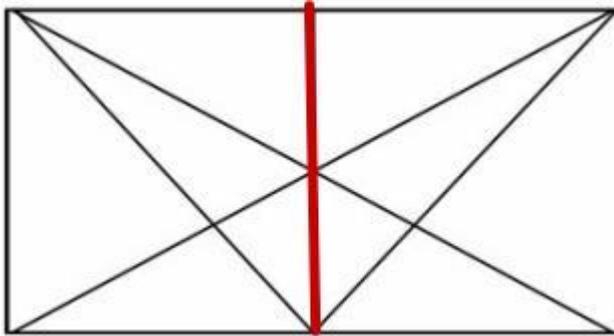
É verdade que o produto de dois números naturais terminados em 76 termina em 76.

Vamos provar:

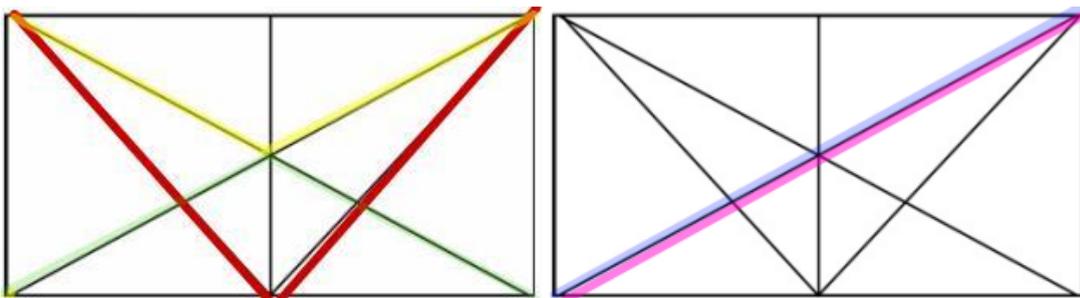
Podemos decompor cada número separando o 76 (dezena e unidade) e o restante do número (que será da ordem das centenas). Por exemplo:  $3476 \times 276 = (3400 + 76) \times (200 + 76)$ . Os últimos dois dígitos sempre resultarão em 76 porque os resultados das multiplicações por 3400 e 200 sempre terminarão em 00, independente do número, ou seja, sempre terminará em **00**. E  $76 \times 76 = 5776$ . Logo, o produto sempre terá os dígitos finais 76.

## Desafio Geométrico 2

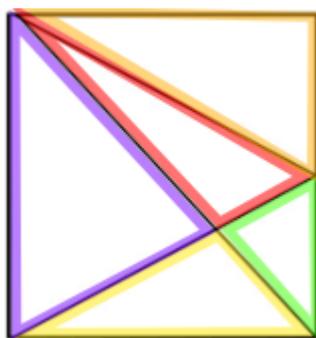
Podemos separar essa imagem em dois retângulos (dividindo ao meio com um traço vertical):



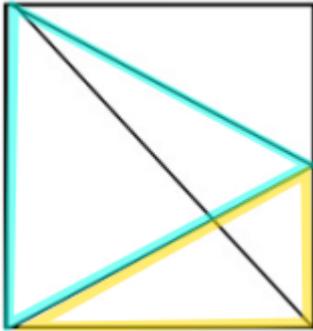
Os triângulos formados com partes nos dois retângulos são: 3 na primeira imagem e mais 2 na segunda.



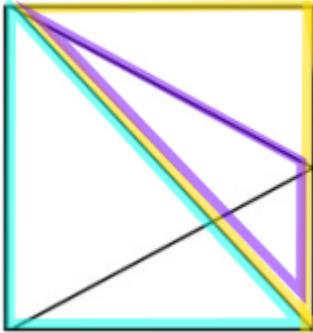
Em cada retângulo, temos esses 5 triângulos:



Cinco nessa imagem.



Mais dois nessa.



E mais três nessa.

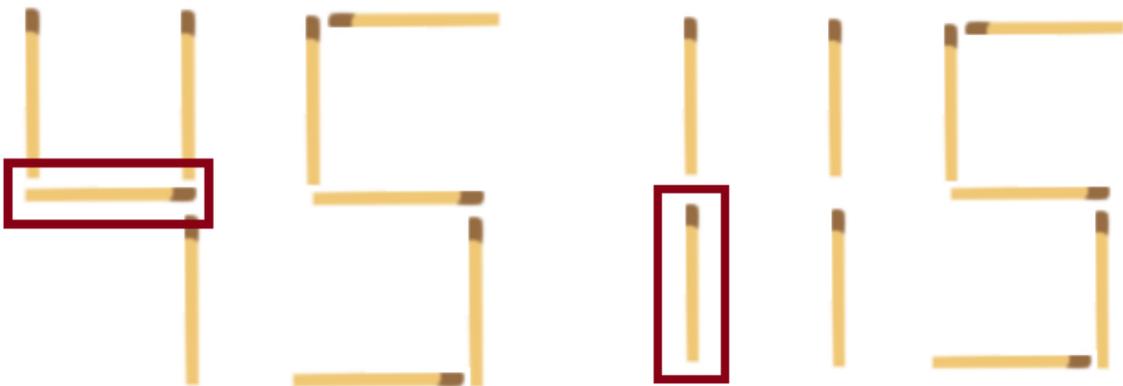
Então, no total, temos 10 triângulos em cada retângulo ("metade").

Assim, temos:  $10+10+5 = 25$  triângulos no total.

Viu mais algum? Conte para gente!

## Desafio com Palitos 2

Se achar o número 115, parabéns! Se encontrar outra solução (número maior que 115), mais parabéns, você é muito criativo!!!!



Se tiver criatividade, dá para conseguir ver o número 511!



