OS SURPREENDENTES INFINITOS NA GEOMETRIA, NOS CONJUNTOS DE NÚMEROS E NO MUNDO FÍSICO

(São Paulo: Biblioteca24Horas, julho de 2021)

Valdemar W. Setzer

ERRATA E COMPLEMENTOS

Versão de 5/9/21

Capítulo 1, **Referências**

Onde se lê: "Setzer, V.W. Avaliação sobre as palestras com assuntos..."

Leia-se: ""Setzer, V.W. Avaliações das palestras com assuntos..."

Seção 3.1, parágrafo "Um segmento de reta contém..."

Onde se lê: "... obtém-se um número finito qualquer!"
Leia-se: "..."...obtém-se um número finito qualquer! Tecnicamente, diz-se que o resultado é um *valor indeterminado*."

Selão 6.3 Formalismos matemáticos.

No parágrafo logo abaixo da fig. 6.2, que começa com "Note-se que nesse exemplo *f* aplica-se..."

Onde se lê "*A*; f cada elemento de *A* a um só de *B*, e há...

Leia-se "*A*; a cada elemento de *A* corresponde um só de *B*, e há

Capítulo 8, **O conjunto dos números racionais**, parágrafo "Façamos três observações...".

Onde se lê: "entre 1/3 e ½ existem os 1,31, 1,311, 1,3111 etc. ou, em notação racional, 131/100, 1311/1000, 13.111/10.000 etc. respectivamente.

Leia-se: "entre 2/5 = 0,4 e 3/6 = 0,5 existem os 0,41 = 41/100, 0,411 = 411/1000, 4111/10000 etc.

Seção 9.2, Substituir todo o parágrafo que começa com "Como todo natural ou racional..." e vai até "...não estão cobertos neste livro." pelo seguinte:

Dado um conjunto finito qualquer, como o C = {a,b,c}, é possível construir a partir dele conjuntos com seus elementos, por exemplo {a}, {a,b} e {b,c}, que são alguns de seus subconjuntos (v. seção 6.2). O conjunto P de todos os seus subconjuntos, e mais o conjunto vazio {} (que não tem nenhum elemento) e ainda o C completo, seria o seguinte:

$$P = \{\{\},\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a.b.c\}\}$$

Um conjunto assim formado a partir de um conjunto qualquer C é denominado *conjunto das partes* de C, que vamos abreviar por $P(C)$. Observando-se as cardinalidades de C e de P, notamos que são as seguintes:

$$|C| = 3 \text{ e } |P(C)| = 8 = 2^3$$

É possível provar que se um conjunto finito qualquer C tem cardinalidade $|C| = n$, então $|P(C)| = 2^n$, como no exemplo acima, onde $n = 3$. Isso levou à denominação dos conjuntos das partes de *conjunto potência*. Portanto, para qualquer conjunto finito não vazio C, $|P(C)| > |C|$. O conjunto potência de um conjunto C (isto é, o conjunto das partes de C) é representado por 2^C.

Cantor provou que a relação $|P(C)| > |C|$ vale também para o caso de C ser um conjunto infinito. Ele aplicou isso para o conjunto das partes do conjunto $\mathbb{N}$ dos naturais obtendo o conjunto $2^{\mathbb{N}}$. Obviamente, como $|\mathbb{N}| = \infty$ (o que vale, como foi visto, também para o conjunto dos inteiros e dos racionais, pois sua cardinalidade infinita é a mesma que a dos naturais) então deve haver um infinito 'maior' do que a cardinalidade dos naturais. Como visto acima, $|\mathbb{R}| > |\mathbb{N}|$. Ele conjeturou que essa cardinalidade do conjunto $2^{\mathbb{N}}$ seria a cardinalidade do conjunto dos reais, isto é, $|\mathbb{R}| = |2^{\mathbb{N}}|$ e introduziu a notação $|\mathbb{N}| = \aleph_0$ e $\left|2^{\mathbb{N}}\right| = \aleph_1$. A letra $\aleph$, pronunciada *alef*, é a primeira do alfabeto hebraico, na grafia impressa. $\aleph_0$ e $\aleph_1$ são denominadas de *alef zero* (*aleph zero* ou *aleph naught*), e *alef um* (*aleph one*), respectivamente; Cantor denominou-os de *números transfinitos*.

Ele não conseguiu provar que $|\mathbb{R}| = |2^{\mathbb{N}}|$, o que o deixou muito deprimido. O fato de não haver nenhum conjunto com cardinalidades entre $|\mathbb{N}|$ e $|\mathbb{R}|$ ficou conhecido como *hipótese do contínuo*. Hoje sabe-se que é impossível provar a que $|\mathbb{R}| = |2^{\mathbb{N}}|$ dentro da lógica usual.

A referência *Nature of mathematics* aborda tópicos vistos aqui e alguns outros que não estão cobertos neste livro.

Seção 9.4, Formalismos matemáticos

Onde se lê: "leitoras/es não interessados em provas..."

Leia-se: "leitoras/es não interessadas/os em provas...

Seção 9.4.1

Onde se lê: "$a^2 = 2c$ [2].
Mas para dar 2*c*..."

Leia-se: "*a*2 = 2*c* [2]
onde *c* é um número natural.
Mas para dar 2*c*..."

No parágrafo começando com "A demonstração para $\sqrt{2}$ pode ser generalizada...", no fim do páragrafo
Onde se lê : "... racional no lugar do 2."
Leia-se: "... racional no lugar do 2 na demonstração acima."