

# A MATEMÁTICA PODE SER INTERESSANTE... E LINDA!

(São Paulo: Editora Edgard Blücher, setembro de 2020)

Valdemar W. Setzer

## ERRATA

Versão de 27/4/21; **Data** refere-se à data de inserção nesta página; comentários entre {...};

C: colaborador (ver lista no fim)

Data	Seção	Pg.	Linha	Onde se lê	leia-se
18/10/20	Introd.	10	-13	dos celulares e <i>tablets</i> , que	dos celulares, <i>tablets</i> e internet, que
18/10/20	Introd.	13	1	acreditar na validade	se acreditar na validade
18/10/20	Introd.	13	5	índice remissivo (cap. 31). Propositalmente	índice remissivo. Propositalmente
18/10/20	Introd.	13	7	teorema de Pitágoras	Teorema de Pitágoras
18/10/20	Introd.	13	10-12	São propostos exercícios ... denotados por Exr.	{mover para posição entre 1º parágrafo (... detalhes ou provas.) e 2º (Para saber ...)}
18/10/20	Introd.	13	15	No cap. 31, índice remissivo, os	No índice remissivo os
18/10/20	Introd.	13	15	remissivo. Neste último foi	de verbetes. Neste último foi
16/9/20	Agrad.	13	-14	Eduardo M. Marcic	Eduardo Marcic Neto
13/10/20	Agrad.	13	-9	(Inpe), por uma	(Inpe); a meu colega de turma da faculdade Nivaldo Laguna Ciochi, por algumas nomenclaturas aviatórias
16/9/20	2.1	15	4	desenhar uma espiral.	desenhar uma espiral à mão livre.
22/10/20	2.3	24	-4	naturais (isto é, números inteiros positivos). O primeiro tem lado	Naturais, isto é, números inteiros positivos. O primeiro quadrado tem lado {ver complementações}
1/10/20	2.4.3	29	4	$r = p\theta/2\pi$	$r = p\theta/(2\pi)$
10/10/20	2.4.3	29	-7	Arquimedes é $r = p\theta$	Arquimedes é $r = p\theta/T$
1/10/20	2.4.4	31	2	$n(n+1)/2$	$n(n+1)/2$ [2]
1/10/20	2.4.4	31	8	o primeiro termo $p_1$ e o número de termos $n$ . Se a constante da progressão for $c$ ,	o primeiro termo $p_1$ , o número de termos $n$ e a constante $c$ da progressão:
1/10/20	2.4.4	31	12	a variação do índice	a variação do índice e aplicando a fórmula [2]
1/10/20	2.4.7	35	6	2.13, 2.14 e 2.16.	2.14, 2.15 e 2.16.
1/10/20	2.4.7	35	14	2.13	2.14
8/10/20	5.11.1	81	10	coluna 0, isto é	coluna 0), isto é
8/10/20	5.11.1	81	10	parcela com a potência 2 de $a$ e 3 de $b$ ):	parcela de $(a+b)^5$ com a potência 3 de $a$ e 2 de $b$ :
8/10/20	5.11.1	81	11	$\frac{5!}{2!(3)!}$	$\frac{5!}{2!3!}$
27/4/21	6.2	88	-15, -16	1, 615	1,615 {juntar}
11/10/20	6.2	88	-2	Como os valores de duas	Como os valores das duas
3/10/20	7.1	95	-2	seção 5.12, pp. 81-82)	seção 5.12)
3/10/20	7.1	96	18	lim	<i>lim</i> {em itálico}
3/10/20	7.1	96	-5	seção 5.12, pp. 142-158)	seção 5.12)
3/10/20	7.4.1	102	3	acima por $m$ ,	acima por um racional $m$ ,

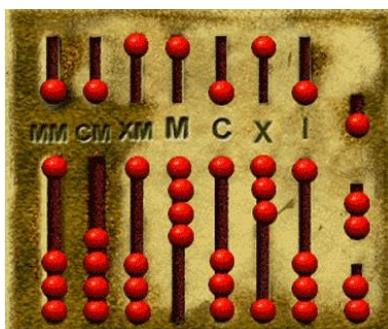
10/10/20	7.4.2	102	-10	comumente expressa	essa substituição consecutiva é comumente expressa
3/10/20	7.4.5	107	-5	$\alpha''$	$\alpha''$ {tamanho do $\alpha$ }
3/10/20	7.4.5	108	13	existe para as retas apenas	existe para cada reta apenas
17/10/20	7.4.9	118	2	número $n + 2$ menos 1.	número $n + 2$ menos 1. {espaço no 2}
17/10/20	7.4.8	118	-12, -13	acesso em 7/1/19: <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic_equation">https://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic equation</a>	acesso em 7/1/19: {mudar linha} <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic_equation">https://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic equation</a>
17/10/20	Cap.9	128	-4	números iniciais, a razão entre	números iniciais, desde que um deles seja diferente de zero (por que?), a razão entre
3/10/20	10.1	131	7	seção 5.12, pp. 142-158)	seção 5.12)
9/10/20	10.2.2	133	-14	e 98 são números	e 89 são números
15/12/20	12.1	144	2	(do lado esquerdo da	(do lado direito da
15/12/20	12.1	144	2	a do lado direito da	a do lado esquerdo da
3/10/20	12.3	148	6	(v. ref., pp. 90-93)	(v. ref.)
19/10/20	12.6	150	-2	Isso é demonstrado na fig. 12.7, pelo que	Isso é demonstrado no que segue, pelo que
19/10/20	12.6.1	151	9	lados (chamado de <i>base</i> se é desenhado na horizontal) pela	lados (chamado de <i>base</i> ) pela
19/10/20	12.6.1	151	Fig. 12.7	{Todas as letras}	{Todas as letras em itálico, inclusive o <i>h</i> }
19/10/20	12.6.1	151	-1	$\rightarrow (BD \times FC) = (CE \times BG) \rightarrow$	$\rightarrow BD \times FC = CE \times BG \rightarrow$
19/10/20	12.6.1	153	Fig. 12.8	A, B, C, D	A, B, C, D {em itálico}
3/10/20	12.3	161	-8	seção 5.12, pp. 51-61)	seção 5.12)
15/10/20	Cap.13	167	-3	por <i>i</i> próprio que	por <i>si</i> próprio/a que
15/10/20	Cap.13	168	5-6	interstícios brancos entre os quadrados de cor cinza, em forma de trapézios, todos semelhantes (cf. seção 12.6.2);	interstícios brancos, em forma de trapézios, todos semelhantes, entre os quadrados de cor cinza (cf.seção 12.6.2);
3/10/20	14.2	176	-10	seção 5.12, pp. 179-182)	seção 5.12)
8/10/20	14.4	178	8	$\frac{FC}{GC} = \varphi$	$\frac{FC}{GC} = \frac{GC}{FG} = \varphi$
8/10/20	14.5.1	179	-5	e $\angle EAB = \angle ABC$ (todos	e $\angle EAB = \angle ABC$ (todos
3/10/20	15.2	186	-1	$A_n = 1$	$A_1 = 1$
3/10/20	15.3	189	3	$b/a = \varphi$	$b/a \approx \varphi$
3/10/20	15.3	189	15	A partir do segundo triângulo, cada triângulo	Note-se que cada triângulo
3/10/20	15.4	190	-13	$(a + 2b)/(a + b) =$	$(a + 2b)/(a + b) =$ { <i>b</i> em itálico}
3/10/10	Cap.16	194	3	Seção 5.12, pp. 72-75)	seção 5.12)
3/10/20	17.1	195	-7	uma reta perpendicular	um segmento de reta perpendicular
3/10/20	17.1	195	-5	no ponto <i>E</i> a reta perpendicular	no ponto <i>E</i> o segmento perpendicular
15/12/20	17.1	196	1	17.5.1	17.6.1
3/10/20	17.2	196	-3	cortando essa reta em	cortando esse segmento em
3/10/20	17.2	196	-4	Traçar uma reta perpendicular	Traçar um segmento de reta perpendicular
3/10/20	17.3	197	9	<i>BE</i> da fig. 14.4,	<i>BE</i> da fig. 14.5,
3/10/20	17.3	197	11	<i>A</i> da fig. 14.4,	<i>A</i> da fig. 14.5,

15/12/20	17.2	197	2	17.5.2	17.6.2
15/12/20	17.5	198	-3	17.5 Formalismos...	17.6 Formalismos...
15/12/20	17.5.1	199	1	17.5.1 Prova...	17.6.1 Prova...
15/12/20	17.5.1	199	-9	Exr. 17.5.1 Baseando-se...	17.6.1 Baseando-se...
15/12/20	17.5.2	199	-7	17.5.2 Prova...	17.6.2 Prova...
15/12/20	17.6	200	1	17.6 Referência	17.7 Referências
4/10/20	18.4	204	1	Fig. 18.4 Duas divisões de de um	Fig. 18.4 Duas divisões de um
6/10/20	18.4	205	-9	14.3 e 15.4).	14.3 e 15.3).
22/9/20	19.1	212	-9	partir do 1 calcular	partir do 1 e calcular
6/10/20	19.2	215	-7	$F$ o seu foco e $PR$ o raio	$F$ o seu foco e $r$ o raio
6/10/20	19.2	217	8	não foi possível decobri-la	não possível descobri-la
4/10/20	19.5.1	225	7	lim	<i>lim</i> {itálico}
15/10/20	19.5.2	226	8	$\log r =$	$\log_b r =$
15/10/20	19.5.2	227	14	Pode sempre transformar	Pode-se sempre transformar
15/10/20	19.5.2	227	14	foi substituído por $q$ e $r_0$ , por $a$	foi substituído por $q$ e $r_0$ por $a$
4/10/20	19.5.5	233	3	tg	<i>tg</i> {itálico}
4/10/20	cap.21	246	1	(v. ref do cap. 19)	(v. ref na seção 19.7)
13/10/20	22.3	253	16	parte de cima e praticamente	parte de cima ('extradorso') e praticamente
4/10/20	22.3	255	-8	sem empinar	empinando
12/10/20	22.3	255	-7	com a asa.	com as asas.
12/10/20	22.3	255	-5	Usando o princípio de Bernoulli e o ângulo de ataque,	Usando o ângulo de ataque,
12/10/20	22.3	256	16	encostado à asa, impedindo	encostado à asa ('deslocamento do filete'), impedindo
13/10/20	22.3	253	16	parte de cima e praticamente	Parte de cima ('extradorso') e praticamente
13/10/20	22.3	253	16	parte de baixo, como	parte de baixo ('intradorso'), como
12/10/20	22.3	256	20	nariz do avião e com isso	nariz do avião ('picar') e com isso
12/10/20	22.3	256	21	controlar o avião. O	controlar o avião e um tremor característico. O
30/9/20	22,4	261	12	oxigênio do ar; cf. o final	oxigênio do ar, cf. o final
16/9/20	22.4	262	10	Por exemplo, eles são considerados pontuais, mas então como têm massa e carga elétrica?	Por exemplo, pelo fato de não terem estrutura (são indivisíveis), eram considerados pontuais, mas então como poderiam ter massa e carga elétrica?
4/10/20	22.4	265	-2	4 trapézios	6 trapézios
4/10/20	22.5	266	-7	N. 1 Trad.	Nº 1. Trad.
8/11/20	23.2	270	4	No cap. 16 foram	No cap. 18 foram
8/11/20	24.1	273	-8	Verifica-se que a ela progride	Verifica-se que ela progride
8/11/20	24.1	274	-10	$= 1/(1/\varphi)$ , ... e, finalmente,	$= 1/(1/\varphi)$ , ... subtraindo-se de cada retângulo um quadrado de lado igual ao lado menor do retângulo e, finalmente,
4/10/20	25.2	280	4	Fig. 25.5 Espiral de Fibonacci numa orelha	Fig. 25.5 Espiral numa orelha
16/9/20	26.3	291	-19	(citado por Hemleben; v.ref. p. 102)	(Citado por Hemleben; v.ref. p. 102.)
8/11/20	27.1	293	-6	<i>Buttton, Hoya pubicalix</i> , na	<i>Buttton, Hoya pubicalix</i> ), na qual

				qual	
6/10/20	27.1	293	-4	A fig. 27.3 mostra	A fig. 27.2 mostra
22/9/20	28.1	302	-15	e, nele, as avaliações recebidas	e, nele, o endereço para a página com as avaliações recebidas
30/9/20	29.1	309	7	Nas transcrições de avaliações	Nas transcrições de avaliações no meu <i>site</i>
6/10/20	cap.30	316	13-14	universidade de Harvard	Universidade da Califórnia em Berkeley
19/20/10	Índice	320	15	congruentes, 154	congruentes, 154, 179
4/10/20	Índice	321	-18	Jakob, 216	Jakob (Jacques), 216, 245
19/10/20	Índice	323	6	Ângulos, 154	Ângulos, 154, 179
19/10/20	Índice	323	7	Figuras, 179	Figuras, 154
4/10/20	Índice	324	2	Espiral, 171	Espiral, 171, 245
14/10/20	Índice	325	2	Espiral, 171	Espiral, 171, 245
19/10/20	Índice	326	-18	congruentes, 179	congruentes, 154
4/10/20	Índice	326	-10	Galilei, Galileo, 289	Galilei, Galileo, 245, 289
30/10/20	Índice	327	-5	Irracional, Número, 95	Irracional, Número, 101
4/10/20	Índice	328	-21	Lei de Ohm, 130	Lei de Ohm, 130 dos Grandes Números, 247
4/10/20	Índice	330	9	Pedagogia Waldorf , 113	Pedagogia Waldorf, 113 {espaço}
27/04/21	Índice	330	-5	Pitágoras, 131, 146, 157	Pitágoras, 131, 146, 157, 242
27/04/21	Índice	330	-9	Pirâmide de Quéops, 145	Pirâmide de Quéops, 145, 150
4/10/20	Índice	334	2	Definição de, 230	Definição de, 230, 232

## FIGURAS QUE NÃO ESTÃO NÍTIDAS NA VERSÃO IMPRESSA

(23/9/20)



Seção 3.1, p. 44, fig. 3.1

## COMPLEMENTAÇÕES

(21/9/20)

Seção	Pág.	Linha	Entre	e
7.2	97	-8	ele não muda mais.	Ainda outro método

É interessante notar que esses valores são idênticos (a menos de alguns algarismos significativos) aos da seção 6.1. É fácil provar a razão disso. Foi usada, acima, a relação de recorrência

$$\varphi_{n+1} = \frac{1}{\varphi_n} + 1$$

Tomando-se  $\varphi = 1$  tem-se

$$\varphi_2 = \frac{1}{1} + 1 = \frac{1}{1} + 1 = \frac{2}{1}$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{\varphi_2} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{\varphi_3} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$\varphi_5 = \frac{1}{\varphi_4} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

e assim por diante, isto é,

$$\varphi_n = \frac{F_{n+1}}{F_n}$$

Onde  $F_i$  é o  $i$ -ésimo elemento da sequência de Fibonacci. Obtém-se, assim, as razões de cada dois elementos consecutivos da sequência de Fibonacci que geraram as razões indicadas na seção 6.1.

(15/12/20)

Seção	Pág.	Linha	Depois de
7.2	197	3	várias outras construções. [no mesmo parágrafo]

O *site* Golden Ratio in Geometry (v. ref.) traz muitas construções geométricas. Na seção 17.5 é apresentada uma construção muito simples de segmentos de comprimentos  $\varphi$  e de  $1/\varphi$  em relação a um segmento qualquer.

(15/12/20)

[Nova seção 17.5; a seção 17.5 anterior passa para 17.6, 17.5.1 para 17.6.1 e 17.5.2 para 17.6.2.]

A fig. 17.7 mostra o desenho de segmentos de comprimentos  $\varphi$  e de  $1/\varphi$  em relação a um segmento de comprimento 1.



			construção s.		
15/12/20	200	2	Referência	• Heron de Alexandria	Golden Ratio in Geometry. Acesso em 15.12.20: <a href="https://www.cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio.shtml">https://www.cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio.shtml</a>
27/4/21	242	7	como mostra a figura.	Pode-se observar	... como mostra a figura, denominada Espiral de Theodosius (v. ref). Pode-se observar ...
27/05/21	244	6	/pursuit	[fim da página]	• Fig. 20.7 Espiral de Theodorus. Acesso em 16/1/21: <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Theodorus_of_Cyrene">https://en.wikipedia.org/wiki/Theodorus_of_Cyrene</a>
14/10/20	267	-11	how-the-four...	Lente acromática...	Interessante vídeo sobre sustentação (acesso em 14/10/20): <a href="https://www.youtube.com/watch?v=we9sLxPBHbl">https://www.youtube.com/watch?v=we9sLxPBHbl</a>

15/12/20

### 17.6.3 Prova da construção da fig. 17.7]

Os dois quadrados formam um retângulo de lado menor com comprimento 1 e lado maior 2; traçamos uma circunferência com diâmetro 1 inscrita no retângulo, e a diagonal deste,  $AB$ . Pelo teorema de Pitágoras,

$$AB^2 = 1^2 + 2^2 \rightarrow AB = \sqrt{5} \rightarrow 2 \times AC = AB - 1 = \sqrt{5} - 1 \rightarrow AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Por [7.3:1] e [7.1:4]:

$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1 \rightarrow \frac{1}{\varphi} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{1+\sqrt{5}-2}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \rightarrow AC = \frac{1}{\varphi}$$

Por outro lado,

$$BC = AB - AC = \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2\sqrt{5} - (\sqrt{5}-1)}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi \text{ c.q.d.}$$

+++++

### NOVOS ITENS OU PÁGINAS [TARJA AMARELA] DO ÍNDICE DE VERBETES

Data	Pág.	Linha	Entre	e	Inserir
1/10/20	320	-13	de triângulo, 151	Arquimedes	Aristóteles, 113
30/10/20	321	12	Por que avião voa, 249	AVL, árvore matemática	Ávila, Geraldo, 24, 134
19/10/20	321	17	um sistema numérico, 56	uma indução finita, 100,117	um triângulo, 151

1/10/20	324	-18	Eletromagnética, Onda, 261	Eleusis, 148	Elétron, 261
14/10/20	325	-8	Expósica, Curva, 246	Fator epigenético	Extradorso (de asa), 256
1/10/20	327	-12	Heliocêntrico, Sistema, 290	Heptagrama, 178	Hemisférios de Magdeburg, 245
30/10/20	327	-8	Hexadecimal, Sistema de ...	Hidrodinâmica, 249	Hexágono, 265
14/10/20	327	-8	Dependência de, 306	Inumerável ou não numerável,	Intradorso (de asa), 253
22/10/20	329	-8	Napier, Jonh (Ioannes Neper)	Natureza	Natural, Número,
1/10/20	332	-19	Spinoza, Barukh (Benedictus)	Spira Mirabilis	Spira, Michel, 234
27/05/21	334	-17	dos universos múltiplos, 115	Thompson	Theodosius de Cyrene, 244
22/10/20	334	-15	Vitruviano, Homem, 138	Viète, François, 94	Visão, 265

## CORREÇÕES NAS FIGURAS

Data	Pág.	Fig.	Ação
27/04/21	34	2.13	Colocar 1 à esquerda do quadrado externo e 1 acima dele
27/04/21	138	12.13	Separar o $b$ do lado do triângulo
27/04/21	146	12.5	Encostar e centrar $\sqrt{\phi}$ na altura do triângulo externo
27/04/21	205	18.6	Subir o L até o primeiro vértice, acima da linha tracejada

## ALINHAMENTO VERTICAL

**(18/10/20):** Alinhar à esquerda e à direita as linhas de texto (não as de *links*), quando não deixar espaços demais entre as palavras, das referências das seguintes páginas:

3, 12, 69, 85, 172-3, 181, 159-161, 266-7, 283, 292, 312-3

## AGRADECIMENTOS

- A Pedro Tisovec, por ter chamado a atenção de que a fig. 3.1 não está nítida na versão impressa.
- A Nivaldo Laguna Ciochi, por vários termos técnicos da seção 22.3, pp. 253 e 256
- A Jorge Ikeda, pela correção da p. 293, linha --6