Ex. 4

(4a) $y'(x) = \frac{1+2x}{1+x+x^2}$. Agora $1+x+x^2 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$,

então $y'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-1, -\frac{1}{2})$ (lembra que o estudo de $y(x)$ é em $[-1,1]$)

e $y'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\frac{1}{2}, 1]$

Número crítico em $x = -\frac{1}{2}$, com $y(-\frac{1}{2}) = \ln(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1) = \ln(\frac{3}{4}) < 0$.

Também $y(-1) = \ln(1) = 0$

$y(1) = \ln(3)$.

Conclusão: mín global em $x = -\frac{1}{2}$, máx global em $x = 1$.

(4b) Resposta: máx. global $x = \sqrt{2}$.

mín. global em $x = -1$.

(4c) Vou deixar...

Integrais:

(5a) $I = \int_1^2 \frac{4}{u^3}\,du + \int_1^2 \frac{1}{u}\,du = \left[4\frac{u^{-2}}{-2}\right]_1^2 + \left[\ln u\right]_1^2 = -2\,\frac{1}{4} - (-2) + \ln 2 - \underset{0}{\underset{\parallel}{\ln 1}}$

$= -\frac{1}{2} + 2 + \ln 2$.

(5b) $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2}\,dx = \int_1^2 x - 3 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}\,dx = \left[\frac{x^2}{2} - 3x + 3\ln x + \frac{1}{x}\right]_1^2$

$=$ etc...

(5c) $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{8x}{1+x^2}\,dx = I$

Fazer $u = 1+x^2$, $du = 2x\,dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$.

$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow u = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$x = \sqrt{3} \Rightarrow u = 1+3 = 4$

$\Rightarrow I = \int_{4/3}^4 \frac{8x}{u}\frac{du}{2x} = \int_{4/3}^4 \frac{4}{u}\,du = \left[4\ln u\right]_{4/3}^4 = 4\ln 4 - 4\ln\frac{4}{3}$.