Revisão Prova 2:

Derivadas:

(1.1) $y = \frac{v^3 - 2v\sqrt{v}}{v} = v^2 - 2\sqrt{v} \Rightarrow y'(v) = 2v - \frac{2}{2\sqrt{v}} = 2v - (v)^{-1/2}.$

(1.2) $y = (s + Ke^s)^{-1} \Rightarrow y' = -(s+Ke^s)^{-2} \cdot (1 + Ke^s)$

(1.3) $y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{a(cx+d) - (ax+b)c}{(cx+d)^2} = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}.$

(1.4) $y = f(\sqrt{x+1})$ onde $f(u) = \frac{u}{(u+1)^2}$. Aqui, $f'(u) = \frac{(u+1)^2 - u(2)(u+1)}{(u+1)^4} = \frac{(u+1)(u+1-2u)}{(u+1)^4}$

$= \frac{1-u}{(u+1)^3}.$

Então $y'(x) = f'(\sqrt{x+1}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x+1}+1)^3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$

(1.5) $y = \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^3 \Rightarrow y' = 3\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^2 \cdot \left(\frac{2x(x^2-1) - (x^2+1)(2x)}{(x^2-1)^2}\right) = \frac{3(x^2+1)^2}{(x^2-1)^4}(-4x).$

(1.6) $y = x^2 \cdot e^{-1/x} \Rightarrow y' = 2x e^{-1/x} + \cancel{x^2} \cdot e^{-1/x} \cdot \frac{1}{\cancel{x^2}} = e^{-1/x}(2x+1).$

2.1 $y = x^2 \ln x$ então $y'(x) = 2x\ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = x(2\ln x + 1).$

Agora o domínio de y é $(0, +\infty)$, então $x > 0$ e o sinal de $y'(x)$ é o sinal de $2\ln x + 1$.

Vamos resolver $2\ln x + 1 > 0 \Leftrightarrow \ln x > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x > e^{-1/2}.$

Conclusão: $y(x)$ estritamente crescente em $(e^{-1/2}, +\infty)$ e estrit. decrescente em $(0, e^{-1/2})$.

2.2

$y = e^{2x} + e^{-x} \Rightarrow y'(x) = e^{2x}(2) - e^{-x} = e^{-x}(2e^{3x} - 1).$

$y' > 0 \Leftrightarrow 2e^{3x} - 1 > 0 \Leftrightarrow e^{3x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x > \ln(\frac{1}{2}) \Leftrightarrow x > -\frac{\ln 2}{3}.$

Conclusão: $y(x)$ estritamente crescente em $(-\frac{\ln 2}{3}, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, -\frac{\ln 2}{3})$.