MAP0217 - Cálculo Diferencial

$4^{\underline{a}}$ lista deMAT 2352 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis II

1) Esboçar um desenho da região de integração e calcular a integral dupla.

a) $\iint_R x\cos(y)dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 \leq y \leq \pi\}$.

b) $\iint_R xdxdy$, R é o triângulo com vértices $(0,0), (0,1)$ e $(2,0)$.

c) $\iint_R x + y\ dxdy$, R é o paralelogramo de vértices $(0,0), (1,1), (3,1)$ e $(2,0)$.

d) $\iint_R \frac{1}{\ln(y)}\ dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq \frac{1}{y}\}$.

e) $\iint_R xy\cos(x^2)\ dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ x^2 \leq y \leq 1\}$.

f) $\iint_R y^3 e^{xy^2}\ dxdy$, $R = [0,1]\times[1,2]$.

g) $\iint_R x^2\ dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y \leq -x^2 + 2x + 2\}$.

h) $\iint_R x\ dxdy$, R é a região compreendida entre os gráficos de $y = \cos(x)$ e $y = 1 - \cos(x)$ com $0 \leq x \leq \pi/2$.

i) $\iint_R \sqrt{1 + y^3}\ dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x} \leq y \leq 1\}$.

j) $\iint_R \frac{y}{x+y^2}\ dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4,\ 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$.

2) Esboçe o conjunto e calcule o volume de R com integral dupla.

a) R é uma pirâmide limitada pelos planos coordenados e pelo plano $x + 2y + 3z = 6$.

b) $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ e $0 \leq z \leq x^2 + y^2\}$.

c) $R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ e $x + y + z \leq 1\}$.

d) R é uma pirâmide de base triangular, sendo a base um triângulo retângulo com catetos medindo a e b e que contenha o ponto $(0,0,c)$, com a, b e c números estritamente positivos.

3) Inverta a ordem de integração

a) $\int_0^1 \int_{x^2}^{x} f(x,y)dydx.$

b) $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dydx.$

c) $\int_1^e \int_{\ln(x)}^{x} f(x,y)dydx.$

d) $\int_0^1 \int_{y}^{y+3} f(x,y)dxdy.$

4) Usando mudança de coordenadas, calcule as seguintes integrais:

a) $\iint_R x^2 + y^2 \; dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

b) $\iint_R sen(4x^2 + y^2) \; dxdy$, $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.

c) $\iint_R \frac{\sqrt[3]{y-x}}{1+y+x} \; dxdy$, R é o triângulo de vértices $(0,0),(1,0)$ e $(0,1)$.

d) Área da elipse $= \iint_R \; dxdy$, onde R é a elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$, $a > 0$ e $b > 0$.

e) Deduza, do item anterior, a área do círculo de raio r.

5) Deduza a fórmula de volume de uma esfera de raio r.

6) Encontre a fórmula de volume de um cilíndro de raio r e altura h.