

Prova P2 de MAT 0234- Medida e Integração
15/10/2015 Professor: Sylvain Bonnot

Nome: _____

N^o USP : _____ RG: _____

Assinatura: _____

Prova (A)	
Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS! Boa sorte!

1^a Questão: (2,5 pontos) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ integrável e $a \in \mathbb{R}$. Mostre a continuidade da função F definida por

$$F(x) = \int_a^x f(y)dy.$$

2^a Questão: (2,5 pontos) Sejam f_n e f integráveis, tais que $f_n \rightarrow f$ q.t.p (i.e, para quase todo ponto) e $\int |f_n| \rightarrow \int |f|$. Mostre que $\int |f_n - f| \rightarrow 0$.

3^a Questão: (2,5 pontos) Mostre a existência do seguinte limite e calcule o valor dele:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{-n} \log \left(2 + \cos \left(\frac{x}{n}\right)\right) dx.$$

4^a Questão: (2,5 pontos) Mostre a existência do seguinte limite e calcule o valor dele:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty n e^{-nx} \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x}\right) dx.$$