LISTA 5: DERIVADAS, PARTE II

Exercício 1. (Derivadas implicitas) Encontre y' para as formulas seguintes:

1. $x^3y^5 + 3x = 8y^3 + 1$ (Resp:$y' = \frac{3x^2y^5 + 3}{24y^2 - 5x^3y^4}$)
2. $e^{2x+3y} = x^2 - \ln(\mathrm{xy}^3)$ (Resp: $y' = \frac{2x - x^{-1} - 2e^{2x+3y}}{3e^{2x+3y} + 3y^{-1}}$)
3. $x^2 + y^2 = 9$ (Resp: $y' = \frac{-x}{y}$)

Exercício 2. Calcule a segunda derivada para:

1. $Q(t) = \sec(5t)$ (Resp: $Q''(t) = 25\sec(5t)\mathrm{tg}^2(5t) + 25\sec^3(5t)$)
2. $g(w) = e^{1-2w^3}$ (Resp: $g''(w) = -12\mathrm{w}e^{1-2w^3} + 36w^4e^{1-2w^3}$)
3. $f(t) = \ln(1 + t^2)$ (Resp: $f''(t) = \frac{2 - 2t^2}{(1 + t^2)^2}$)

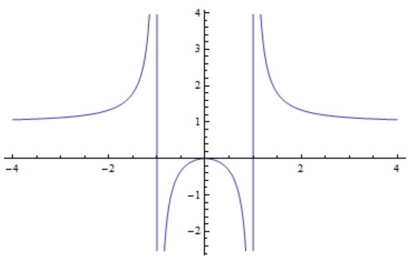
Exercício 3. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento para:

a) $A(t) = 27t^5 - 45t^4 - 130t^2 + 150$ (Resp: crescente em $\left(-\infty, \left(2 - \sqrt{30}\right)/3\right)$ e $\left(\left(2 + \sqrt{30}\right)/3, +\infty\right)$ e decrescente em $\left(\left(2 - \sqrt{30}\right)/3, \left(2 + \sqrt{30}\right)/3\right)$. O ponto 0 é critico, mas o sinal da derivada não muda neste ponto.)

b) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ (Resp: crescente em $(-\infty, 1/3)$ e $(1, +\infty)$ e decrescente em $(1/3, 1)$).

c) $f(x) = \frac{x^2 - x}{1 + 3x^2}$ (Resp: crescente em $(-\infty, -1)$ e $(1/3, +\infty)$)

Exercício 4. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento e esboce o gráfico, para $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.



Exercício 5. Determine todos os pontos criticos para as funções:

a) $g(t) = \sqrt[3]{t^2}.(2t - 1)$ (Resp: $t = 0$ e $t = 1/5$)

b) $R(w) = \frac{w^2+1}{w^2-w-6}$ (Resp: $w = -7+5\sqrt{2}$ e $w = -7-5\sqrt{2}$)

c) $f(x) = x^2 \ln(3x) + 6$ (Resp:$x = \frac{1}{3\sqrt{e}}$)

d) $g(x) = x.e^{x^2}$ (Resp: não tem!)

Exercício 6. Determine os máximos e mínimos globais para:

a) $g(t) = 2t^3 + 3t^2 - 12t + 4$ em $[0, 2]$ (Resp:máx. em t=2, com valor=8 e mín. global $= -3$ em $t = 1$).

b) $Q(y) = 3y.(y+4)^{2/3}$ (Resp: máx. global =0 em $y = -4$ e mín. globa $= -15$ em $y = -5$).

Exercício 7. Teste da primeira derivada: encontre os pontos criticos e determine o tipo deles (i.e, máximo local ou mínimo local, ou nada disso):

$g(t) = t.\sqrt[3]{t^2-4}$

Resp: $t = -2$ e $t = 2$ são pontos criticos mas não são mín. ou máx. locais,

$t = -\sqrt{12/5}$ é máx. local e $t = +\sqrt{12/5}$ é mín. local.

Exercício 8. Determine os intervalos de concavidade para $h(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$

(Resp:conc. pra cima: $-1/\sqrt{2} < x < 0$ e $1/\sqrt{2} < x < \infty$

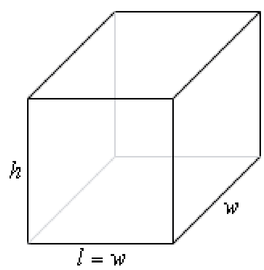
conc. pra baixo: $-\infty < x < -1/\sqrt{2}$ e $0 < x < 1/\sqrt{2}$)

Exercício 9. Use o teste da derivada segunda para determinar o tipo dos pontos criticos de $h(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$ (isto é, máx. local, mín. local ou nada)

Exercício 10. (Teorema do valor medio) Uma função f é contínua e derivavel em [6, 15]. Também sabemos que $f(6) = -2$ e que $f'(x) \leqslant 10$. Qual é o maior valor possivel de $f(15)$?

Resp: $f(15) \leqslant 88$.

Exercício 11. Uma caixa tem uma base que é um quadrado de lado w. So temos $10m^2$ de material para fazer a caixa. Determine o volume máximo da caixa que pode ser construida com este material.



(Resp: o máximo do volume $V(w)$ vai acontecer em $w = \sqrt{5/3}$.)

Exercício 12. Calcule os limites:

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^2}$ (Resp:$=\infty$)

b) $\lim_{x\to 0^+} x.\ln(x)$ (Resp:$=0$)

c) $\lim_{x\to -\infty} x.e^x$ (Resp:$=0$).