

Mat 1352 Cálculo II - Lista 5

Sylvain Bonnot

Convergência de séries

Exercício 1. Determine se a série é convergente ou divergente. Se ela for convergente, calcule sua soma:

1) $\sum_1^{\infty} \frac{n}{n+5}$

2) $\sum_1^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)$

3) $\sum_1^{\infty} \frac{e^n}{n^2}$

4) $\sum_1^{\infty} \sqrt[n]{2}$

5) $\sum_1^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

Exercício 2. Determine se a série é convergente ou divergente expressando s_n como uma soma telescópica

1) $\sum_2^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$

2) $\sum_1^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$

Teste da integral

Exercício 3. Use o Teste da Integral para determinar se a série é convergente ou divergente:

1) $\sum_1^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$

2) $\sum_1^{\infty} n \cdot e^{-n}$

3) $\sum_1^{\infty} n^{-1/4}$

4) $\sum_1^{\infty} \frac{n+2}{n+1}$

5) $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

Exercício 4. Encontre os valores de p para os quais a série é convergente.

1) $\sum_1^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$

2) $\sum_1^{\infty} n(1+n^2)^p$

Testes de comparação

Exercício 5. Determine se a série é convergente ou divergente.

1) $\sum_1^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$

2) $\sum_1^{\infty} \frac{n^2+1}{3n^4+2}$

3) $\sum_1^{\infty} \frac{n+5}{\sqrt[3]{n^7+n^2}}$

4) $\sum_1^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

Exercício 6. Mostre que se $a_n > 0$ e $\lim na_n \neq 0$ então $\sum a_n$ é divergente.

Exercício 7. Mostre que, se $a_n > 0$ e $\sum a_n$ for convergente, então $\sum \ln(1 + a_n)$ é convergente.

Séries alternadas

Exercício 8. Determine se a série é convergente ou divergente.

1) $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^3+2}}$

2) $\sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{2^n}$

Exercício 9. Para quais valores de p cada série é convergente?

1) $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$

2) $\sum_2^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(\ln n)^p}{n}$

Convergência absoluta e testes da razão e da raiz

Exercício 10. Determine se a série é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente.

1) $\sum_1^{\infty} e^{-n} n!$

2) $\sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}$

3) $\sum_1^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1} \right)^n$

Séries de potências

Exercício 11. Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência da série.

1) $\sum_1^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$

2) $\sum_1^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

3) $\sum_1^{\infty} n^n x^n$

Exercício 12. Encontre a série de Taylor de $f(x)$ centrada no valor dado de a .

1) $f(x) = 1 + x + x^2, a = 2$

2) $f(x) = e^x, a = 3.$

3) $f(x) = x^3, a = -1.$