SD1 Lista 4, (não é para entregar!)

Sylvain Bonnot

Entropia topológica

Exercício 1. *Seja* $T : X \to X$ *um homeomorfismo do espaço* X *compacto. Mostre* $h(T) = h(T^{-1}$.

Exercício 2. *O objetivo é mostrar que a entropia de um homeomorfismo do círculo* S^1 *é zero.*

(a) *Mostre o seguinte lema: seja* $\mathcal{I}$ *uma cobertura por intervalos abertos do círculo, e* $I_1, \ldots, I_n \in \mathcal{I}$ *uma sub-cobertura tal que* $n = N(\mathcal{I})$*. Então os pontos extremos direitos (resp. esquerdos) dos* I_j *são 2 a 2 disjuntos.*

(b) *Sejam* $\mathcal{U}, \mathcal{V}$ *duas coberturas de* S^1 *por intervalos abertos de diâmetros* $\leq \frac{1}{2} diam(S^1)$*. Mostre que*

$$N(\mathcal{U} \wedge \mathcal{V}) \leq N(\mathcal{U}) + N(\mathcal{V}).$$

(c) *Mostre que* $h(T) = 0$ *para todo homeomorfismo* T *do círculo.*

Exercício 3. *Calcule a entropia topológica do shift bilateral* $\sigma : \Sigma_2 \to \Sigma_2$ *(onde* $\Sigma_2 = \{0,1\}^{\mathbb{Z}}$*).*

Exercício 4. *Mostre, utilizando a definição da entropia com conjuntos* $(n, \epsilon)-$*separados e geradores, o* **teorema de Abramov***: seja* $T : X \to X$ *contínua em* X *espaço métrico compacto, então para todo* $m \geq 1$, $h(T^m) = mh(T)$.