

MaT 1352 Lista 4

Sylvain Bonnot

Exercício 1. *Encontre o comprimento da curva:*

(a) $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \pi/3$

(b) $y = x^2/4 - (1/2) \ln x$, $1 \leq x \leq 2$

(c) $y = 1 - e^{-x}$, $0 \leq x \leq 2$

Exercício 2. *Calcule a área da superfície obtida pela rotação da curva em torno do eixo x .*

(a) $y = \sqrt{1 + 4x}$ com $1 \leq x \leq 5$.

(b) $y = \sin(\pi x)$ com $0 \leq x \leq 1$

Exercício 3. *Calcule a área da superfície obtida pela rotação do círculo $x^2 + y^2 = r^2$ em torno da reta $y = r$.*

Exercício 4. *Ache a solução da equação diferencial que satisfaça a condição inicial dada.*

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{y \cos x}{1 + y^2}$ com $y(0) = 1$

(b) $xy' + y = y^2$ com $y(1) = -1$.

(c) $y'tg(x) = a + y$ com $y(\pi/3) = 1$ e $0 < x < \pi/2$

Exercício 5. *Encontre as trajetórias ortogonais da família de curvas $y^2 = kx^3$.*

Exercício 6. *Resolva a equação diferencial:*

(a) $y' + y = x + e^x$ com $y(0) = 0$

(b) $xy' = y + x^2 \sin x$ com $y(\pi) = 0$.

(c) $t \ln tr'(t) + r(t) = te^t$

Exercício 7. *Determine se a sequência converge ou diverge. Se for convergente, encontre o limite.*

(a) $a_n = \frac{n}{1 + \sqrt{n}}$

(b) $a_n = \cos(2/n)$

(c) $a_n = (\ln(n))/(\ln(2n))$

(d) $a_n = \frac{\sin(2n)}{1 + \sqrt{n}}$

(e) $a_n = \frac{n!}{2^n}$

Exercício 8. *Para quais valores de r a sequência (nr^n) é convergente?*

Exercício 9. *Determine se a sequência dada é crescente, decrescente ou não monótona. A sequência é limitada?*

(a) $a_n = \frac{2n-3}{3n+4}$

(b) $a_n = n \cdot e^{-n}$

(c) $a_n = \frac{n}{n^2 + 1}$

(d) $a_n = n + \frac{1}{n}$

Exercício 10. *Mostre que a sequência definida por*

$$a_1 = 1. \quad a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n}$$

é crescente e < 3 . Deduza que (a_n) é convergente e calcule o limite.