

Mat 1351 Lista 3

Sylvain Bonnot

Definição da derivada e retas tangentes

Exercício 1. Calcule as derivadas $f'(x)$, utilizando a definição da derivada e determine a equação da reta tangente no ponto P indicado.

(a) $f(x) = 4x - x^2$, em $P(1,3)$ (Resp: $4 - 2x$ e $y = 2x + 1$)

(b) $f(x) = x - x^3$, em $P(1,0)$ (Resp: $1 - 3x^2$ e $y = -2x + 2$)

(c) $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ em $P(1,1)$ (Resp: $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.)

(d) $f(x) = 1/\sqrt{x}$ em $P(1,1)$ (Resp: $-1/(2x^{3/2})$ e $y = (-1/2x + 2/3)$).

Exercício 2. Determine $f'(x)$ para $f(x) = \sqrt{1-2x}$ utilizando a definição da derivada (Resp: $-1/\sqrt{1-2x}$)

Domínio da derivada

Exercício 3. Determine o domínio da derivada para as seguintes funções:

(a) $g(x) = \sqrt{9-x}$ (Resp: $(-\infty, 9)$)

(b) $f(x) = \frac{x^2-1}{2x-3}$ (Resp: $\mathbb{R} - \{3/2\}$)

Exercício 4. Onde a função f é diferenciável?

(a) $f(x) = |x - 6|$ (Resp: $\mathbb{R} - \{6\}$)

(b) $f(x) = x \cdot |x|$ (Resp: \mathbb{R}).

Exercício 5. Mostre que se f é par então f' é ímpar. Também f ímpar $\implies f'$ par.

Exercício 6. Se $|f(x)| \leq x^2$ então mostre que $f'(0)$ existe e calcule $f'(0)$ (Resp: 0).

Regras de diferenciação

Exercício 7. Determine as derivadas das seguintes funções:

(a) $y = \frac{\sqrt{x}+x}{x^2}$ (Resp: $y' = (-3/2)x^{-5/2} - x^{-2}$)

(b) $S(p) = \sqrt{p} - p$. (Resp: $S' = \frac{1}{2\sqrt{p}} - 1$).

(c) $k(r) = e^r + r^e$. (Resp: $k'(r) = e^r + er^{e-1}$).

(d) $H(x) = (x + x^{-1})^3$ (Resp: $H' = 3x^2 + 3 - 3x^{-2} - 3x^{-4}$).

Exercício 8. Determine a equação da reta tangente a $y = x^{1/4}$ em $P(1,1)$. (Resp: $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$).

Exercício 9. Quais são os pontos da curva $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ com tangente horizontal? (Resp: $(-2,21)$ e $(1,-6)$). E os pontos da curva $y = 2e^x + 3x + 5x^3$ com tangente de inclinação $m = 2$? (Resp.: não tem.)