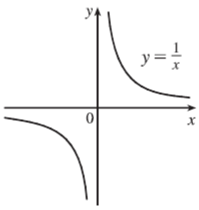
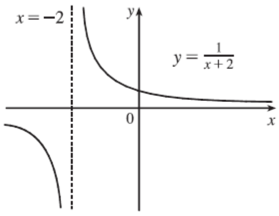
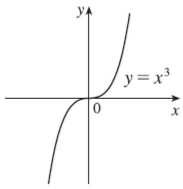
Mat 1351 Lista 2

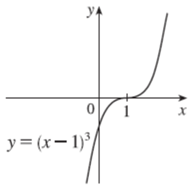
Sylvain Bonnot

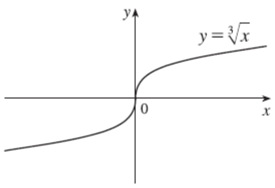
Observação: respostas vão aparecer num arquivo separado.
Respostas: Ex. 1

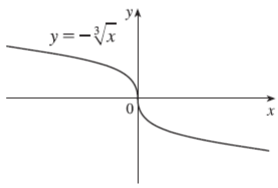


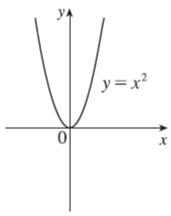


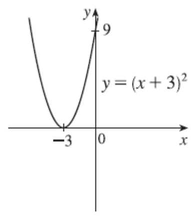


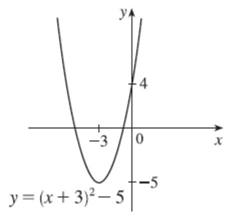












Ex. 2 a) $x=e^y-3$ b)$x=\ln\frac{x}{1-2x}$.
Ex. 3 a) $\ln 1215$.

$$\frac{1}{3}\ln(x+2)^3+\frac{1}{2}\left[\ln x-\ln(x^2+3x+2)^2\right]=\ln[(x+2)^3]^{1/3}+\frac{1}{2}\ln\frac{x}{(x^2+3x+2)^2}$$
$$=\ln(x+2)+\ln\frac{\sqrt{x}}{x^2+3x+2}$$
$$=\ln\frac{(x+2)\sqrt{x}}{(x+1)(x+2)}$$
$$=\ln\frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

$$\ln(a+b)+\ln(a-b)-2\ln c=\ln[(a+b)(a-b)]-\ln c^2$$
$$=\ln\frac{(a+b)(a-b)}{c^2}$$
$$\ln\frac{a^2-b^2}{c^2}$$

Ex. 4
Resp.:(a) 4 (b) 4 (c) 4 (d)não existe (e) 1 (f) -1 (g) não existe (h) 1 (i) 2 (j) não existe (k) 3 (l) não existe.
Ex. 5 a) Temos $|f(x)-L|=|x^2-1|=|x-1|.|x+1|$. Seja $\epsilon>0$, para $\delta=\min\{\epsilon/2,1/2\}$ temos: $|x-1|<\delta \implies |x+1|<1+1/2<2$ então $|x^2-1|=|x-1|.|x+1|<2.|x-1|<2.\epsilon/2=\epsilon$.
b) Feito durante a aula.
c) Podemos observar que $f(x)\geq x^3-1\to+\infty$ então $f(x)\to+\infty$.
d)Mesma ideia: $f(x)>x^2-1\to+\infty$.
Ex. 6
Eu vou mostrar como fazer o mais complicado. **32:** Dado $\epsilon>0$ queremos $\delta>0$ tal que se $0<|x-2|<\delta$ então $|x^3-8|<\epsilon$. Agora $|x^3-8|=|(x-2).(x^2+2x+4)|$. Se $|x-2|<1$ então $1<x<3$ e $x^2+2x+4<3^3+2(3)+4=19$ então $|x^3-8|=|(x-2).(x^2+2x+4)|<19.|x-2|$. Por isso podemos tomar $\delta=\min\{1,\epsilon/19\}$.
Ex. 7

11. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-6x+5}{x-5}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{(x-5)(x-1)}{x-5}=\lim\limits_{x\to 5}(x-1)=5-1=4$

12. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-4x}{x^2-3x-4}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x(x-4)}{(x-4)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{4}{4+1}=\dfrac{4}{5}$

13. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-5x+6}{x-5}$ não existe.

14. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x}{x^2-3x-4}$ não existe.

15. $\lim\limits_{t\to -3}\dfrac{t^2-9}{2t^2+7t+3}=\lim\limits_{t\to -3}\dfrac{(t+3)(t-3)}{(2t+1)(t+3)}=\lim\limits_{t\to -3}\dfrac{t-3}{2t+1}=\dfrac{-3-3}{2(-3)+1}=\dfrac{-6}{-5}=\dfrac{6}{5}$

16. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+3x+1}{x^2-2x-3}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(2x+1)(x+1)}{(x-3)(x+1)}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x+1}{x-3}=\dfrac{2(-1)+1}{-1-3}=\dfrac{-1}{-4}=\dfrac{1}{4}$

17. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(-5+h)^2-25}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(25-10h+h^2)-25}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-10h+h^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h(-10+h)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}(-10+h)=-10$

18. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(2+h)^3-8}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\left(8+12h+6h^2+h^3\right)-8}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{12h+6h^2+h^3}{h}$

$$=\lim_{h\to 0}\left(12+6h+h^2\right)=12+0+0=12$$

19.

$$\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{x^3+8}=\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{(x+2)(x^2-2x+4)}=\lim_{x\to -2}\frac{1}{x^2-2x+4}=\frac{1}{4+4+4}=\frac{1}{12}.$$

20.

$$\lim_{t\to 1}\frac{t^4-1}{t^3-1}=\lim_{t\to 1}\frac{(t^2-1)(t^2+1)}{(t-1)(t^2+t+1)}=\lim_{t\to 1}\frac{(t-1)(t+1)(t^2+1)}{(t-1)(t^2+t+1)}=\lim_{t\to 1}\frac{(t+1)(t^2+1)}{t^2+t+1}=\frac{2(2)}{3}=\frac{4}{3}$$

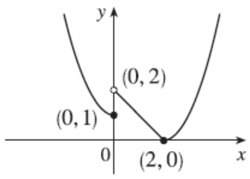
Ex. 8 15) 6, 16) 3, 17) -1/2, 18) -3/5, 19) -1, 20) -1/2, 21) 4, 22) 1, 23) 3, 24) -3 25) 1/6, 26)-1

Ex. 9: f , fração racional é contínua no seu domínio $(2,\infty)$. Para g, temos que $3 - x > 0$ em $(-\infty,3)$ então g é bem definida. Ela é contínua como composta de 2 funções contínuas.

Ex. 10: E só observar que limite $\lim_{x\to a} f(x) = L$ significa $\lim_{h\to 0} f(a+h) = L$.

Ex.11:

41) f é contínua em cada um dos intervalos $(-\infty,0),(0,2),(2,\infty)$ (função polinomial). Ela é descontínua em 0 (limite esquerdo $\neq$ limite direito), e contínua em 2.



42) Vou só mostrar o gráfico.