

MAT2352 - Cálculo para Funções de várias variáveis II
2o. semestre de 2016

1a. Lista de Exercícios

1. Esboce os campos de vetores:

(a) $\vec{v}(x, y) = x^2 \vec{j}$.

(b) $\vec{v}(x, y) = -y \vec{i} + x \vec{j}$.

(c) $\vec{v}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{i} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{j}$.

2. Calcule o divergente e o rotacional para os seguintes campos de vetores:

1. $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + yz) \mathbf{i} + (y + xz) \mathbf{j} + (z + xy) \mathbf{k}$

2. $\mathbf{F}(x, y, z) = xy^2z^3 \mathbf{i} + x^3yz^2 \mathbf{j} + x^2y^3z \mathbf{k}$

3. $\mathbf{F}(x, y, z) = xye^z \mathbf{i} + yze^x \mathbf{k}$

4. $\mathbf{F}(x, y, z) = \sin yz \mathbf{i} + \sin zx \mathbf{j} + \sin xy \mathbf{k}$

5. $\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} (x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k})$

6. $\mathbf{F}(x, y, z) = e^{xy} \sin z \mathbf{j} + y \tan^{-1}(x/z) \mathbf{k}$

7. $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle e^x \sin y, e^y \sin z, e^z \sin x \rangle$

8. $\mathbf{F}(x, y, z) = \left\langle \frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x} \right\rangle$

3. Mostre as seguintes propriedades:

1. $div(\vec{F} + \vec{G}) = div\vec{F} + div\vec{G}$

2. $rot(\vec{F} + \vec{G}) = rot\vec{F} + rot\vec{G}$

3. $div(f \cdot \vec{F}) = f div\vec{F} + \vec{F} \cdot \nabla f$

4. $rot(f \vec{F}) = f rot\vec{F} + (\nabla f) \wedge \vec{F}$

5. $rot(rot\vec{F}) = grad(div\vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$

4. Seja \vec{r} o vetor posição e $r = |\vec{r}|$. Calcule (ou verifique):

1. $\nabla \cdot \vec{r}$

2. $\nabla \cdot (r \vec{r})$

3. $\nabla r = (\vec{r})/r$

4. $\nabla(1/r)$

5. $\nabla \ln r = \vec{r}/r^2$ em dimensão 3.