1. **(2,0)** O tempo gasto no vestibular de uma universidade tem distribuição Normal, com média 180 **(300)** min e desvio padrão 20 **(30)** min.
- Sorteando um aluno ao acaso, qual é a probabilidade que ele termine o exame antes de 210 **(270)** minutos
 - Qual deve ser o tempo de prova de modo a permitir que 90% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado?
 - Qual a probabilidade de sortearmos um aluno que demore entre 140 **(240)** e 220 **(360)** minutos para fazer a prova?
 - Qual é o intervalo central de tempo, tal que 90% dos estudantes gastam para completar o exame?

PROVA A Média (μ) = 180
Desvio padrão (σ) = 20 $z = (x - \mu) / \sigma$

	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
a)	210	1,50	0,4332	0,9332
b)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,4	1,28	$x = \mu + z \cdot \sigma$	205,6
c)	Valor de X	Valor de z		RESPOSTA
	140	-2,00	0,4772	
	220	2,00	0,4772	0,9545
d)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,45	1,64	$x = \mu + z \cdot \sigma$	212,8 147,2

PROVA B Média (μ) = 300
Desvio padrão (σ) = 30

	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
a)	270	-1,00	0,3413	0,1587
b)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,4	1,28	$x = \mu + z \cdot \sigma$	338,4
c)	Valor de X	Valor de z		RESPOSTA
	240	-2,00	0,4772	
	360	2,00	0,4772	0,9545
d)	Valor de Área	Valor de z	FÓRMULA	RESPOSTA
	0,45	1,64	$x = \mu + z \cdot \sigma$	349,2 250,8

2. **(2,0)** Uma máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão 1g.
- Em quanto deve ser fixado o peso médio para que apenas 10% dos pacotes tenham menos de 500g?
 - Com a máquina assim regulada, qual é a probabilidade de que o peso de um pacote exceda 506g?
 - Determine a porcentagem de pacotes em que o peso não se afasta da média em mais que dois desvios padrão.
 - Numa amostra de 200 pacotes, qual é o número esperado de pacotes com menos de 500g?

Média (μ) = ?
Desvio padrão (σ) = 1 $z = (x - \mu) / \sigma$

	Valor de x	Valor de σ	TABELA	Valor de z
a)	500	1	0,4000	-1,28
	$\mu = x - z \cdot \sigma$			
	Média (μ) = 501,28			
b)	Valor de x	FÓRMULA	Valor de z	
	506	$z = (x - \mu) / \sigma$	4,72	0,00%
c)	Dois desvios padrões definem uma região central chamada Z_2			
	$P(499,28 < x < 503,28) = 2 \cdot (0,4772) = \mathbf{0,9545}$			
d)	Teremos 20 pacotes pois somente 10% dos pacotes tem menos de 500g.			

3. **1,0)** Em uma universidade, as notas dos alunos no curso de Estatística Aplicada à Gestão distribuem-se de acordo com uma distribuição normal com média 6 e desvio padrão 1,5. O professor atribuirá conceitos A, B, C, R e REC da seguinte forma:

A Média = 6
Desvio padrão = 1,5

Nota (X)	Conceito	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
$3 > x$	R	3	-2,00	0,4772	0,0228
$6 > x \geq 3$	REC	6	0,00	0,0000	0,4772
$7 > x \geq 6$	C	7	0,67	0,2475	0,2475
$9 > x \geq 7$	B	9	2,00	0,4772	0,2297
$X \geq 9$	A				0,0228

B Média = 6
Desvio padrão = 1,5

Nota (X)	Conceito	Valor de X	Valor de z	TABELA	RESPOSTA
$3 > x$	R	3	-2,00	0,4772	0,0228
$6 > x \geq 3$	REC	6	0,00	0,0000	0,4772
$8 > x \geq 6$	C	8	1,33	0,4088	0,4088
$9 > x \geq 8$	B	9	2,00	0,4772	0,0685
$X \geq 9$	A				0,0228

Teste de Hipótese

A - p = 0,5 n = 50			B - p = 0,5 n = 50		
11	0,00%	0,00%	11	0,00%	0,00%
12	0,01%	0,02%	12	0,01%	0,02%
13	0,03%	0,05%	13	0,03%	0,05%
14	0,08%	0,13%	14	0,08%	0,13%
15	0,20%	0,33%	15	0,20%	0,33%
16	0,44%	0,77%	16	0,44%	0,77%
17	0,87%	1,64%	17	0,87%	1,64%
18	1,60%	3,25%	18	1,60%	
19	2,70%	5,95%	19	2,70%	
20	4,19%		20	4,19%	
21	5,98%		21	5,98%	
22	7,88%		22	7,88%	
23	9,60%		23	9,60%	
24	10,80%		24	10,80%	
25	11,23%		25	11,23%	
26	10,80%		26	10,80%	
27	9,60%		27	9,60%	
28	7,88%		28	7,88%	
29	5,98%		29	5,98%	
30	4,19%	10,13%	30	4,19%	
31	2,70%	5,94%	31	2,70%	
32	1,60%	3,24%	32	1,60%	2,48%
33	0,87%	1,64%	33	0,87%	0,87%
34	0,44%	0,77%	34	0,44%	0,64%
35	0,20%	0,33%	35	0,20%	0,20%
36	0,08%	0,13%	36	0,08%	0,11%
37	0,03%	0,05%	37	0,03%	0,03%
38	0,01%	0,01%	38	0,01%	0,01%
39	0,00%	0,00%	39	0,00%	0,00%

B) Qual o NÍVEL DE SIGNIFICANCIA?
PROVA – A 16,08%
PROVA – B 4,12%

4. **(1,0)** Para verificar se uma moeda é honesta, com base em 50 lançamentos independentes, adotamos o seguinte critério: consideramos a moeda não honesta se o resultado for menor do que 19 ou maior do que 30.
- Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses, descrevendo a regra de decisão e a região crítica deste teste.
 - Qual é o nível de significância do teste?

a) p : proporção de pessoas satisfeitas com a infraestrutura oferecida
Hipótese Nula H : p = 0,50

Hipótese Alternativa A : p ≠ 0,50

PROVA A – A Regra de decisão é definida tal que a moeda será dita honesta se em 50 lançamentos tivermos $19 \leq x \leq 30$, onde x é um numero de resultados iguais. Para a região crítica temos **RC = {X ≤ 19} U {X ≥ 30}**.

PROVA B – A Regra de decisão é definida tal que a moeda será dita honesta se em 50 lançamentos tivermos $17 \leq x \leq 32$, onde x é um numero de resultados iguais. Para a região crítica temos **RC = {X ≤ 17} U {X ≥ 32}**

2. **(2,0)** Um levantamento de opinião mostrou que nos últimos meses a proporção de habitantes de certo país que desaprovam a política de economia de energia do governo federal é igual a 60% (70%). O presidente do país introduz uma série de mudanças na política de economia de energia e seus assessores garantem que essa proporção diminuiu. É feito um teste em que 50 pessoas são entrevistadas depois da introdução das mudanças.

p = 0,6
n = 50

k	P(X=k)	P(X ≤ k)
15	0,00%	0,00%
16	0,00%	0,01%
17	0,01%	0,02%
18	0,03%	0,05%
19	0,09%	0,14%
20	0,20%	0,34%
21	0,43%	0,76%
22	0,84%	1,60%
23	1,54%	3,14%
24	2,59%	5,73%
25	4,05%	9,78%
26	5,84%	15,62%
27	7,78%	23,40%
28	9,59%	32,99%
29	###	43,90%
30	###	55,35%
31	###	66,44%
32	9,87%	76,31%
33	8,08%	84,39%
34	6,06%	90,45%
35	4,15%	94,60%
36	2,60%	97,20%
37	1,47%	98,67%
38	0,76%	99,43%
39	0,35%	99,78%
40	0,14%	99,92%

p = 0,7
n = 50

k	P(X=k)	P(X ≤ k)
21	0,00%	0,00%
22	0,01%	0,01%
23	0,02%	0,03%
24	0,06%	0,09%
25	0,14%	0,24%
26	0,32%	0,56%
27	0,67%	1,23%
28	1,28%	2,51%
29	2,27%	4,78%
30	3,70%	8,48%
31	5,58%	14,06%
32	7,72%	21,78%
33	9,83%	31,61%
34	11,47%	43,08%
35	12,23%	55,32%
36	11,89%	67,21%
37	10,50%	77,71%
38	8,38%	86,10%
39	6,02%	92,11%
40	3,86%	95,98%
41	2,20%	98,17%
42	1,10%	99,27%
43	0,48%	99,75%
44	0,18%	99,93%
45	0,06%	99,98%
46	0,01%	100,00%

- Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses.
- Quais são os significados dos erros tipo I e tipo II?
- Qual é a região crítica para um nível de significância de 10%?
- Se 25 dos 50 entrevistados estavam satisfeitos com a política de energia, qual é a sua conclusão?

a) **p : proporção de pessoas satisfeitas com a infraestrutura oferecida**

Hipótese Nula H : p = 0,60

Hipótese Alternativa A : p < 0,60

- Afirmar que a proporção das pessoas satisfeitas com a política de energia é menor que 0,60 quando, na verdade, ela é 0,60 (0,7) (**Erro tipo I: Rejeitar H quando H é verdadeira**) ou afirmar que a proporção das pessoas satisfeitas com a política de energia é 0,60 quando, na verdade, ela é menor que 0,60 (0,7) (**Erro tipo II: Não rejeitar H quando H é falsa**).

c) **PROVA A** - Para termos uma significância de 0,10 precisamos que **P(X ≤ 25)**, ou seja, teremos uma significância de **0,0978 (9,78%)**, assim: **RC = {X ≤ 25}**.

PROVA B - Para termos uma significância de 0,10 precisamos que **P(X ≤ 30)**, ou seja, teremos uma significância de **0,0848 (8,48%)**, assim: **RC = {X ≤ 30}**.

d) **Como k_{observado} = 25 pertence à Região Crítica, logo rejeitamos a hipótese nula H.**

3. **(2,0)** Um fabricante afirma que aprimorou um determinado remédio e que agora este é eficiente em mais do que 60% **(70%)** dos casos de uma certa doença. Um grupo de médicos desconfia que este remédio não tornou-se mais eficiente e que assim somente 60% **(70%)** dos pacientes são curados desta doença com o uso deste remédio. Para verificar sua suspeita, eles sortearam 50 pessoas doentes e ao usarem este remédio constataram que 36 **(41)** pessoas ficaram curadas.
- Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses.
 - Interprete os erros de tipo I e de tipo II.
 - Construa a região crítica correspondente ao nível de significância do teste igual a 10% e verifique se o resultado "36 **(41)** pessoas ficaram curadas" permite aceitar a afirmação do fabricante ao nível 10%.
 - Repita item c), mas para o nível de significância igual a 5%.

a) **p : proporção de pacientes curados**

Hipótese Nula H : p = 0,60

Hipótese Alternativa A : p > 0,60

$$p = 0,6$$

$$n = 50$$

k	P(X=k)	P(X ≥ k)
15	0,00%	100,00%
16	0,00%	100,00%
17	0,01%	99,99%
18	0,03%	99,98%
19	0,09%	99,95%
20	0,20%	99,86%
21	0,43%	99,66%
22	0,84%	99,24%
23	1,54%	98,40%
24	2,59%	96,86%
25	4,05%	94,26%
26	5,84%	90,22%
27	7,78%	84,38%
28	9,59%	76,60%
29	10,91%	67,01%
30	11,46%	56,10%
31	11,09%	44,65%
32	9,87%	33,56%
33	8,08%	23,69%
34	6,06%	15,61%
35	4,15%	9,55%
36	2,60%	5,39%
37	1,47%	2,80%
38	0,76%	1,32%
39	0,35%	0,57%
40	0,14%	0,22%
41	0,05%	0,07%
42	0,02%	0,02%
43	0,00%	0,00%

$$p = 0,7$$

$$n = 50$$

k	P(X=k)	P(X ≥ k)
21	0,00%	100,00%
22	0,01%	100,00%
23	0,02%	99,99%
24	0,06%	99,97%
25	0,14%	99,91%
26	0,32%	99,76%
27	0,67%	99,44%
28	1,28%	98,77%
29	2,27%	97,49%
30	3,70%	95,22%
31	5,58%	91,52%
32	7,72%	85,94%
33	9,83%	78,22%
34	11,47%	68,39%
35	12,23%	56,92%
36	11,89%	44,68%
37	10,50%	32,79%
38	8,38%	22,29%
39	6,02%	13,90%
40	3,86%	7,88%
41	2,20%	4,02%
42	1,10%	1,82%
43	0,48%	0,73%
44	0,18%	0,25%
45	0,06%	0,07%
46	0,01%	0,02%
47	0,00%	0,00%

b) Afirmar que a proporção de pacientes curados pelo remédio seja maior que 0,60 **(0,70)** quando, na verdade, ela é 0,60 **(0,70)** (**Erro tipo I: Rejeitar H quando H é verdadeira**) ou afirmar que a proporção de pacientes curados pelo remédio seja de 0,60 quando, na verdade, ela é maior que 0,60 (**Erro tipo II: Não rejeitar H quando H é falsa**).

c) **PROVA A** - Para um nível de significância de 0,10 precisamos que $P(X \geq 35)$, (teremos uma significância de **9,55%**), assim: **RC = {X ≥ 35}** e portanto podemos aceitar a afirmação do fabricante.

PROVA B - Para um nível de significância de 0,10 precisamos que $P(X \geq 38)$, (teremos uma significância de **7,88%**), assim: **RC = {X ≥ 40}** e portanto podemos aceitar a afirmação do fabricante.

d) Para um nível de significância de 0,05 precisamos que $P(X \geq 37)$, (teremos uma significância de **2,80%**), assim: **RC = {X ≥ 37}** e portanto se somente **36** pacientes forem curados, não devemos aceitar a afirmação do fabricante.

PROVA B - Para um nível de significância de 0,05 precisamos que $P(X \geq 41)$, (teremos uma significância de **4,02%**), assim: **RC = {X ≥ 41}** e portanto se somente **41** pacientes forem curados, não devemos aceitar a afirmação do fabricante.

Obs.: Na prova B temos duas possibilidades, no enunciado falava em **41 curados e nas perguntas 36**. Ambas serão consideradas corretas.

Aproximação Normal

1. **(2,0)** O peso líquido de um certo enlatado tem distribuição normal com média 200 g e desvio padrão 1 g.
- Uma lata é considerado dentro do padrão se apresentar entre 202 g e 198 g. Selecionando-se ao acaso uma lata, qual é a probabilidade do mesmo estar dentro do padrão? (Use a tabela normal e a média e desvio padrão do enunciado)
 - Serão retirados do mercado as latas com conteúdo inferior à 198 g. Qual é a probabilidade de um pacote selecionado ao acaso ser retirado do mercado? (Use a tabela normal e a média e desvio padrão do enunciado)
 - Numa amostra de 50 latas, qual é a probabilidade aproximada de pelo menos 46 estarem dentro do padrão ? (determine a média e o desvio padrão desta amostra e use a tabela normal para estes dados)

$$\begin{array}{l} \text{Média } (\mu) = 200 \\ \text{Desvio padrão } (\sigma) = 2 \end{array} \qquad z = (x - \mu) / \sigma$$

a)	Valor de X	Valor de z	TABELA	
	204	2,00	0,4772	
	198	-2,00	0,4772	
			RESPOSTA	0,9545

c)	Valor de X	Valor de z	RESPOSTA	
	196	-2,00	0,4772	0,9772
			RESPOSTA	0,0228

c)	p=	0,9545
	q=1-p=	0,0455
	n=	50
	Média (μ) = n*p =	47,7
	Variância = n*p*q =	2,2
	Desvio padrão (σ) =	1,5

Valor de X	Valor de z	TABELA	
25	-15,42	0,0000	
		RESPOSTA	1,0000
		(vide abaixo)	

Complemento da resposta c): Como 94% das latas estão dentro do padrão (item a)), em 50 latas esperamos em média que 47,7 estejam no padrão. A possibilidade de que MENOS do que 25 latas estarem dentro do padrão está aproximadamente 15 desvios padrões (desvio padrão de 2,2f latas) de distancia da média, este evento é impossível, assim, a RESPOSTA é de que, em 50 latas, temos 100% de certeza que “pelo menos 25” destas latas estão dentro do padrão.