



Distribuição de freqüência

Dados brutos e rol

Como já estudamos, o conjunto de dados numéricos obtidos após a crítica dos valores coletados constitui-se nos dados brutos, e o rol é o arranjo dos dados brutos em ordem crescente.

Assim: 24, 23, 22, 28, 35, 21, 23, 33, 34, 24, 25, 21, 36, 26, 22, 30, 32, 25, 26, 33, 34, 21, 31, 34, 25, 31, 26, 25, 33, 31 são exemplos de dados brutos.

E, 21, 21, 21, 22, 22, 23, 23, 24, 25, 25, 25, 25, 26, 26, 26, 28, 30, 31, 31, 31, 32, 33, 33, 33, 34, 34, 34, 35, 35, 36 constituem o rol.

Amplitude total (At)

É a diferença entre o maior e o menor valor observados.
No exemplo, $At = 36 - 21 = 15$.

Freqüência absoluta (Fi)

É o número de vezes que o elemento aparece na amostra, ou o número de elementos pertencentes a uma classe. A soma de todas as freqüências deve ser o número total de elementos do conjunto (N).

Se o número de elementos for muito grande ou pouco repetidos, podemos separar o conjunto em classes, que são intervalos numéricos $a < b$ ou $a \leq x \leq b$.

A diferença $b - a$ chama-se **amplitude das classes (h)** e é utilizada a mesma amplitude para todas as classes com intervalos fechados à esquerda.

Freqüência relativa (Fr)

A freqüência relativa, para cada valor assumido por uma variável, é definida como a razão entre a freqüência absoluta (Fi) e o número total de dados (N). Para calcularmos a porcentagem de cada valor, basta multiplicar por 100 a freqüência relativa.

Distribuição de freqüências

É o arranjo dos valores e suas respectivas freqüências. Assim, a distribuição de freqüências para o exemplo será:

Valores	Freqüência absoluta (Fi)	Freqüência relativa (Fr)	Porcentagem (%)
21	3	$3/30 = 0.1$	10
22	2	$2/30 = 0.066$	6.6
23	2	$2/30 = 0.066$	6.6
24	1	$1/30 = 0.034$	3.4

25	4	$4/30 = 0.132$	13.2
26	3	$3/30 = 0.1$	10
28	1	$1/30 = 0.034$	3.4
30	1	$1/30 = 0.034$	3.4
31	3	$3/30 = 0.1$	10
32	1	$1/30 = 0.034$	3.4
33	3	$3/30 = 0.1$	10
34	3	$3/30 = 0.1$	10
35	2	$2/30 = 0.066$	6.6
36	1	$1/30 = 0.034$	3.4
Total	30	1	100

Elementos de uma distribuição de frequência para dados agrupados em classes.

A construção de uma tabela com dados agrupados em intervalos ou variável contínua requer o conhecimento de alguns conceitos que vamos fazer em seguida e usaremos a tabela seguinte para exemplificar cada item.

Idades de 30 alunos da Faculdade "A"

Classes	Idade	Frequência Absoluta
1	21 – 24	7
2	24 – 27	8
3	27 – 30	1
4	30 – 33	5
5	33 – 36	8
6	36 – 39	1

Classes de frequência – são os intervalos de variação da variável.

As classes são representadas simbolicamente por i , sendo $i = 1, 2, 3, \dots, K$ (onde k é o nº total de classes da distribuição).

No nosso exemplo: o intervalo 30 – 33 define a quarta classe ($i = 4$). Como a distribuição é formada de seis classes, temos $K = 6$.

Limites de classes – são os extremos de cada classe ($li - Li$)

li – limite inferior da classe (onde começa o intervalo)

Li – limite superior da classe (onde termina o intervalo)

Ex: intervalo 30 – 33

$li = 30$ e $Li = 33$

Intervalo de classe ou amplitude do intervalo(h) – é a medida do intervalo que define a classe.

$h = Li - li$

Ex: intervalo 30 – 33, logo $h = 33 - 30 = 3$

Número de classes(k) – Não há uma fórmula exata para o cálculo do nº de classes. As mais usadas são:

1ª) $K = 5$ para $n \leq 25$ ou $K \cong \sqrt{n}$ para $n > 25$

2ª) Fórmula de Sturges : $K \cong 1 + 3,22 \cdot \log n$

Range, amplitude total ou amplitude amostral – é a diferença entre o maior e o menor valor da amostra. No exemplo dado: $R = 36 - 21 = 15$

Para montar a tabela de distribuição de frequência com intervalos devemos seguir os itens abaixo:

1º) Calcular o range (como na definição anterior: $36 - 21 = 15$)

2º) Saber quantas classes ou quantos intervalos terá a tabela. No exemplo acima, temos $n=30$, portanto $n>25$. Logo o cálculo será $K=\sqrt{30} = 5,48$, ou seja $K = 6$.

3º) Calcular qual será a amplitude do intervalo ou qual a diferença entre o li e o Li . Logo $h \cong \frac{R}{K}$ ou seja $h = \frac{15}{6} = 2,5$ ou $h = 3$.

Exercícios

- 1) Os vinte funcionários de um programa de treinamento (pop.) obtiveram as seguintes notas:

84	88	78	80	89
94	95	74	81	90
83	87	91	83	92
90	92	77	86	99

Pede-se determinar:

- a) agrupar os dados numa distribuição de frequências com intervalo de classes;
b) a amplitude total das notas;

- 2) Para facilitar um projeto de ampliação da rede de filiais de uma empresa comercial de certa região, tomaram uma amostra de tamanho 50 das 270 lojas que compõe a região, e foram encontrados os seguintes números de clientes semanais:

02	02	03	10	13	14	15	15	16	16	18	18
20	21	22	22	23	24	25	25	26	27	29	29
30	32	36	42	44	45	45	46	48	52	58	59
61	61	61	65	66	66	68	75	78	80	89	90
92	97										

Construa uma distribuição de frequências considerando seu limite inferior igual a duas amplitudes de classe igual a 14

- 3) Considere os salários quinzenais de 100 funcionários da Empresa Yasmim Ltda (em US\$):

151 -152 -154 -155 -158 -159 -159 -160 -161 -161 -161 -162 -163 -163 -163 -164 -165
-165 -165 -166 -166 -166 -166 -167 -167 -167 -167 -167 -168 -168 -168 -168 -168 -168
-168 -168 -168 -168 -169 -169 -169 -169 -169 -169 -169 -170 -170 -170 -170 -170 -170
-170 -171 -171 -171 -171 -172 -172 -172 -173 -173 -173 -174 -174 -174 -175 -175 -175
-175 -176 -176 -176 -176 -177 -177 -177 -177 -178 -178 -178 -179 -179 -180 -180 -180
-180 -181 -181 -181 -182 -182 -182 -183 -184 -185 -186 -187 -188 -190 -190

Pede-se determinar:

- a) A amplitude amostral
- b) O número de classes
- c) A amplitude das classes
- d) Construir a tabela de distribuição de freqüências com as classes
- e) Qual a porcentagem de funcionários que ganham salários com valor igual ou superior a US\$179.
- f) Qual a porcentagem de funcionários que ganham salários com valores inferiores a US\$163.

4) O controle de qualidade de uma indústria selecionou 48 caixas na linha de produção e anotou em cada caixa o número de peças defeituosas, obtendo os seguintes dados:

2 -0 -0 -4 -3 -0 -0 -1 -0 -0 -1 -1 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -0
 -0 -0 -3 -0 -0 -0 -2 -0 -0 -1 -1 -2 -0 -2 -0 -0 -0 -0 -0 -0
 -0 -0 -0 -0 -0 -0 -1 -0

Determinar:

- a) a tabela de distribuição de freqüência sem intervalos
- b) qual a porcentagem de caixas que apresentam 2 ou mais peças defeituosas?

5) A massa (em quilogramas) de 20 trabalhadores de uma empresa com 100 funcionários está registrada a seguir: 52 73 80 65 50 70 80 65 70 77 82 91 52 68 86 70 80.

Com base nos dados obtidos, responda:

- a) Qual a população dessa pesquisa?
- b) Qual é a sua amostra?
- c) Qual é a variável nessa pesquisa? Ela é discreta ou contínua?
- d) Que freqüências absolutas têm os valores 65 kg, 75 kg, 80 kg e 90 kg?

6) Em uma escola, o conceito de cada bimestre é representado por letras: A, B, C, D e E. Em um determinado bimestre, os conceitos, em Ciências, dos alunos de uma determinada série foram os seguintes:

CIÊNCIAS																				
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Conceito	B	A	C	C	D	C	D	A	A	C	E	D	D	C	B	C	B	C	C	B

Nessas condições, elabore um quadro de distribuição de freqüências.

7) A cantina de uma escola selecionou 50 alunos ao acaso e verificou o número de vezes por semana que eles compravam lanche., obtendo os seguintes resultados: 0; 2; 2; 4; 3; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 1; 0; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 2; 2; 2; 0; 2; 2; 1; 1; 0; 2; 0; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 1; 2; 5; 4.

- a) Construa uma tabela de distribuição de freqüências com esses dados.
- b) Quantos alunos compram pelo menos 2 lanches por semana?

8) Numa pesquisa de opinião pública com 800 telespectadores sobre o programa de televisão de sua preferência, obteve-se a seguinte tabela de freqüências absolutas:

PROGRAMA DE TV	NÚMERO DE TELESPECTADORES
Novelas	360
Esportes	128
Filmes	80
Noticiários	32
Shows	200

Construa um quadro com distribuição de freqüências relativas.

9) Um dado foi jogado 20 vezes. Em cada jogada foram obtidos os seguintes pontos: 1, 5, 6, 5, 2, 2, 2, 4, 6, 5, 2, 3, 3, 1, 6, 6, 5, 5, 4, 2.

- Elabore um quadro com distribuição de freqüências absolutas e freqüências relativas.
- Quantas vezes o número 3 foi obtido no dado?
- Quantas vezes o número obtido no dado foi menor que 5?
- Qual o índice, em porcentagem, em que o número 6 foi obtido no dado?
- Qual o índice, em porcentagem, em que números maiores que 4 foram obtidos?

10) A tabela abaixo apresenta as vendas de determinado aparelho elétrico, durante um mês, por uma firma comercial. Apresente os resultados numa distribuição de freqüência discreta.

14 12 11 13 14 13
 12 14 13 14 11 12
 12 14 10 13 15 11
 15 13 16 17 14 14

11) Considerando as notas de um teste de inteligência aplicado a 100 alunos, apresentar os resultados numa distribuição de freqüência absoluta e relativa.

64 78 66 82 74 103 78 86 103 87
 73 95 82 89 73 92 85 80 81 90
 78 86 78 101 85 98 75 73 90 86
 86 84 86 76 76 83 103 86 84 85
 76 80 92 102 73 87 70 85 79 93
 82 90 83 81 85 72 81 96 81 85
 68 96 86 70 72 74 84 99 81 89
 71 73 63 105 74 98 78 78 83 96
 95 94 88 62 91 83 98 93 83 76
 94 75 67 95 108 98 71 92 72 73

12) Lançou-se um dado 100 vezes, obtendo-se os dados apresentados abaixo. Apresentar os resultados numa distribuição de freqüência discreta.

6-1-6-3-1-4-5-2-5-6-1-5-3-4-1-4-6-1-2-1

3-1-4-6-2-5-4-3-1-5-2-2-3-6-3-5-2-4-1-6
 6-2-4-5-3-6-4-6-3-6-6-4-4-2-2-5-1-6-3-1
 2-5-3-1-1-4-3-5-1-5-3-3-1-6-5-2-6-1-4-5
 5-1-4-6-3-2-5-6-5-2-2-4-1-3-3-4-6-4-3-2

13) A tabela abaixo apresenta uma distribuição de frequência das áreas de 400 lotes:

ÁREAS(m ²)	Nº de LOTES
300 – 400	14
400 – 500	46
500 – 600	58
600 – 700	76
700 – 800	68
800 – 900	62
900 – 1000	48
1000 – 1100	22
1100 – 1200	6

Com referência a essa tabela, determine:

- A amplitude total;
- O limite superior da quinta classe;
- O limite inferior da oitava classe;
- O ponto médio da sétima classe (x_i);
- A amplitude do intervalo da segunda classe;
- A frequência da quarta classe;
- O número de lotes cuja área não atinge 700m²;
- O número de lotes cuja área atinge e ultrapassa 800m²;
- A porcentagem dos lotes cuja área não atinge 600m²;

14) O conjunto de valores que segue, indica 50 determinações do tempo (em segundo) gasto por um funcionário para preencher certo tipo de formulário.

61 65 43 53 55 51 58 55 59 56
 52 53 62 49 68 51 50 67 62 64
 53 56 48 50 61 44 64 53 54 55
 48 54 57 41 54 71 57 53 46 48
 55 46 57 54 48 63 49 55 52 51

Construir uma tabela de distribuição de frequência com 7 classes de amplitude $H = 5$

15) Os pesos de 40 alunos de uma classe estão descritos abaixo:

69 57 72 54 93 68 72 58 64 62
 65 76 60 49 74 59 66 83 70 45
 60 81 71 67 63 64 53 73 81 50
 67 68 53 75 65 58 80 60 63 53

Pede-se:

- a) Dispor os dados em um rol;
- b) Construir uma distribuição de freqüência do tipo contínua utilizando a fórmula de Sturges. Dado $\log 40 = 1,60$.

16) No quadro a seguir estão registradas as massas, em quilograma, de 50 pessoas que freqüentam uma academia de ginástica.

72	81	57	64	87	90	74	69	77	73
80	96	55	58	88	92	47	60	68	80
77	76	59	57	83	81	90	68	65	74
91	97	86	82	73	64	69	71	88	94
77	72	81	91	49	75	52	50	63	70

Faça uma tabela de distribuição de freqüências contendo: freqüências absolutas, os pontos médios dos intervalos e as freqüências relativas.

17) Conhecidas as notas de 50 alunos, obtenha uma distribuição de freqüência com intervalos de classes iguais a 10 considerando o limite inferior da tabela igual a 30.

84	68	33	52	47	73	68	61	73	77
74	71	81	91	65	55	57	35	85	88
59	80	41	50	53	65	76	85	73	60
67	41	78	56	94	35	45	55	64	74
65	94	66	48	39	69	89	98	42	54

Determine:

- a) a freqüência relativa
- b) o intervalo de maior freqüência
- c) o limite inferior da 5ª classe
- d) a amplitude total da distribuição
- e) quantas classes contém pelo menos 15% das observações?
- f) quantos alunos obtiveram nota menor que 50?
- g) quanto alunos obtiveram nota maior ou igual a 70?
- h) qual a porcentagem de alunos que obtiveram nota maior ou igual a 40 e menor que 60?
- i) qual o limite superior da terceira classe?
- j) qual o ponto médio da quarta classe?
- k) qual a porcentagem de alunos que obtiveram nota inferior a 90?
- l) qual a porcentagem de alunos que obteve nota pelo menos igual a 50?

18) Considerando os resultados de 100 lançamentos de um dado, forme uma distribuição de freqüência com esses dados e depois responda às questões:

4	1	4	5	3	6	3	4	4	2
5	4	1	2	6	4	5	5	5	6
4	6	2	5	5	3	6	3	3	3

3 6 3 6 1 6 6 4 3 4
 5 1 1 2 4 1 5 1 5 6
 2 3 4 6 5 5 4 3 5 6
 3 5 4 3 6 2 4 5 2 6
 5 6 2 4 3 5 3 3 2 1
 5 3 3 3 6 6 5 3 3 1
 5 4 2 2 2 3 3 4 6 6

- a) qual resultado teve a maior ocorrência?
- b) qual a freqüência do resultado que teve a menor ocorrência?
- c) qual a porcentagem de lançamentos que obtiveram resultados menores que 5?
- d) qual a freqüência relativa do resultado 6?
- e) quantas vezes o número obtido no dado foi maior que 1?

19) Uma pesquisa sobre a idade, em anos de uma classe de calouros de uma faculdade, revelou os seguintes valores:

18 17 18 20 21 19 20 18 17 19
 20 18 19 18 19 21 18 19 18 18
 19 19 21 20 17 19 19 18 18 19
 18 21 18 19 19 20 19 18 19 20
 18 19 19 18 20 20 18 19 18 18

Determine as freqüências absolutas relativas, freqüências acumuladas e freqüências acumuladas relativas e, em seguida, responda:

- a) quantas pessoas possuem idade igual a 17 anos?
- b) qual a porcentagem de calouros com 18 anos?
- c) qual a porcentagem de pessoas com idade maior ou igual a 19 anos?
- d) quantos alunos possuem idade entre 18 e 20, incluindo 18 e 20?

20) O Departamento Pessoal de certa firma fez um levantamento dos salários dos 150 funcionários do setor administrativo, obtendo os seguintes resultados:

Classe	Faixa salarial (SM)	Nº de funcionários
1	0 — 2	30
2	2 — 4	36
3	4 — 6	21
4	6 — 8	18
5	8 — 10	15
6	10 — 12	12
7	12 — 14	9
8	14 — 16	6
9	16 — 18	3
	Total	

Com referência a essa tabela, determine:

- determine as freqüências simples relativas e porcentagem.
- a freqüência da quinta classe.
- o número de funcionários que ganham até 10 salários (exclusive).
- o número de funcionários que ganham pelo menos 12 salários.
- a porcentagem dos funcionários que ganham menos de 8 salários.
- a porcentagem dos funcionários que ganham no mínimo, 4 salários e no máximo, 16 salários (exclusive).
- o intervalo de maior freqüência.

21) Considere as alturas de 30 pessoas, conforme tabela a seguir:

1,74	1,58	1,78	1,66	1,68
1,80	1,85	1,77	1,63	1,60
1,65	1,80	1,78	1,65	1,76
1,72	1,68	1,69	1,58	1,60
1,75	1,79	1,82	1,69	1,80
1,79	1,72	1,62	1,75	1,70

- construa o rol.
- determine o limite inferior e o limite superior da distribuição.
- determine a quantidade de classes para se fazer o agrupamento dos dados.
- determine a amplitude de cada classe.
- construa uma tabela de freqüências.
- qual o ponto médio da terceira classe?
- qual a classe que possui maior freqüência?
- quantas pessoas possuem altura inferior a 1,73?
- qual o limite superior da quarta classe?
- qual o limite inferior da quinta classe?

22) Em uma pesquisa socioeconômica sobre itens de conforto, perguntou-se a cada um dos 800 entrevistados: Quantos aparelhos de TV em cores há em sua casa? Os resultados aparecem na tabela:

Nº aparelhos	Frequência absoluta	Frequência relativa	Porcentagem
0	20	♣	♣
1	♣	♣	♣
2	♣	0.6	♣
3	♣	♣	7.5
4	30	♣	♣

Complete a tabela.