Métodos Quantitativos para Administração I

Renato Vicente EACH/USP 2007

I. Valor do Dinheiro no Tempo: Avaliação de Investimentos

II. Otimização: Introdução à Programação Linear

III. Competição: Introdução à Teoria dos Jogos

IV. Gestão de Projetos: Noções de PERT/CPM e Opções Reais

V. Séries Temporais: Box-Jenkins

VI. Dinâmica: Introdução às Cadeias de Markov

VII. Simulação: Noções de Filas de Espera

I. Valor do Dinheiro no Tempo

Referências: 1. Securato, J.R., Cálculo Financeiro para Tesourarias, Ed. Saint Paul Institute of Finance, 2001.

2. Gitman, L.J., Princípios de Administração Financeira, Ed. Bookman, 2ª edição, 2001.

Problema 1: PREÇO FUTURO DE UM CARRO. Você gostaria de comprar um carro novo daqui a 5 anos. O carro que você deseja comprar custa hoje R$ 40.000,00. Se a inflação se mantiver no nível atual você espera que o preço vá aumentar entre 3 e 5% ao ano pelos próximos 5 anos. Qual será o preço do carro no melhor e no pior caso? E se a inflação no período for de 8% a.a.?

Problema 2: TORNANDO-SE MILIONÁRIO. Determine o montante de depósitos iguais de fim de ano necessários para acumular R$ 1.000.000,00 ao final de 15 anos, supondo remuneração anual de 10%?

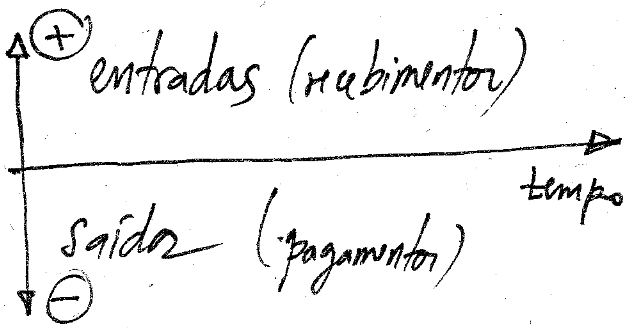
1. Origem dos Juros: Documentos sumérios de 3000 a.C. já ~~document~~ exibem regulamentação de empréstimos a juros. Aparentemente a idéia de emprestar a juros surgiu no período Neolítico (cerca de 8000 a.C.) juntamente com a agricultura. No Egito Antigo a palavra para "juros" deriva de um verbo que significa "dar à luz" o que sugere que no período pré-histórico emprestavam-se gado e sementes por um prazo esperando receber parte do resultado da colheita ou parte da prole gerada como parte do pagamento.
(Homer, S., Sylla, R., Interest Rates, A History of, Wiley Finance, 4ª Edição 2005)

1. Definições

a. Capital = um dos fatores de produção (terras, trabalho, máquinas, conhecimento, ...).

~~O Valor~~ Sua expressão monetária na data t é P_t.

b. Fluxo de caixa = entrada e saída de capital ao longo do tempo.



c. Juros = remuneração pelo uso do capital

$$\boxed{\underbrace{J}_{\text{juros}} = \underbrace{F}_{\substack{\text{capital final} \\ \text{(montante)}}} - \underbrace{P}_{\substack{\text{capital inicial} \\ \text{(principal)}}}} \quad (1)$$

d. Taxa de Juros = fração do capital inicial numa dada unidade de tempo.

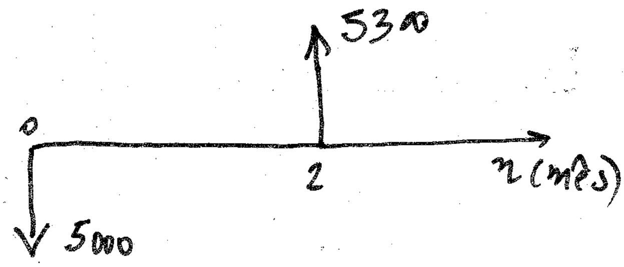
$$i = \frac{J}{P} \quad \therefore \quad \boxed{J = Pi \quad (2)}$$

Exemplo 1: Um indivíduo investe R\$5000,00 em um negócio pelo prazo de 2 meses. No final recebe R\$5300,00. Determinar:

(a) o fluxo de caixa do indivíduo;

(b) os juros recebidos;

(a) fluxo de caixa



(b) juros recebidos

$J = F - P = 5300 - 5000 = 300$

(c) taxa de juros do negócio $\quad i = \dfrac{J}{P} = \dfrac{300}{5000} = 0{,}06$ a.b. $= 6\%$ a.b.

no período inteiro

3. Regimes de Capitalização

* Capitalização Discreta = juros gerados são incorporados ao capital somente no final de cada intervalo.

→ **A.** Capitalização Simples = juros são gerados exclusivamente pelo capital inicial $\underset{\cdot}{P}$.

A cada período unitário de tempo os juros gerados $\underline{j}$ serão: $j = Pi$. Após $\underline{n}$ ~~intervalos~~ períodos os juros totais são $J = nPi$. O montante final será

$$\boxed{F = P(1+ni)} \quad (3)$$

OBS 1: Este regime de acumulação não é empregado no Brasil, exceção feita aos títulos de dívida indexados a moeda estrangeira (dólar e euro) mas negociados no país. Já no exterior este é o regime usual de acumulação também conhecido como "regime linear".

④

→ **B.** Capitalização Composta = os juros são gerados pelo montante existente no início de cada período (juros sobre juros são, portanto, cobrados).

Ao final do primeiro período tem-se $J_1 = Pi$ e $F_1 = P(1+i)$.
Ao final do segundo período teremos $J_2 = F_1 i$ e $F_2 = F_1 + J_2$

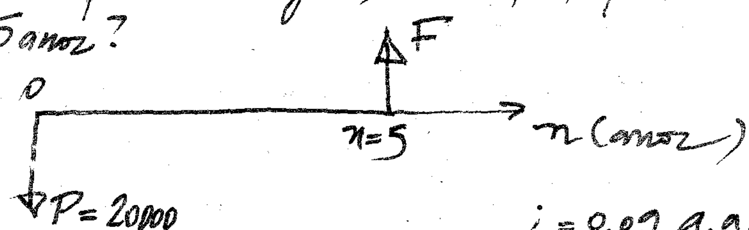
$$= F_1(1+i)$$
$$= P(1+i)^2$$

E assim por diante, resultando em:

$$\boxed{F = P(1+i)^n \quad (4)}$$

ao final de $\underline{n}$ períodos.

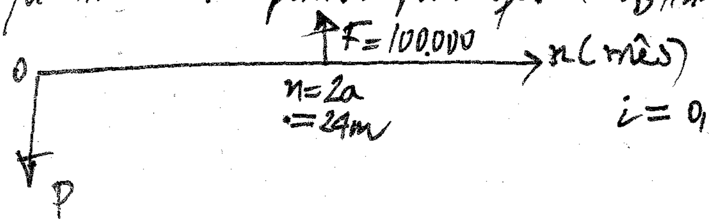
Exemplo 2: Uma instituição financeira paga taxa de juros simples de 9% a.a.. Aplicando hoje \$20000,00, qual será o montante ao final de 5 anos?



$i = 0{,}09$ a.a.

$F = P(1+in) = 20000\,(1+0{,}09 \times 5) = \$29000{,}00$

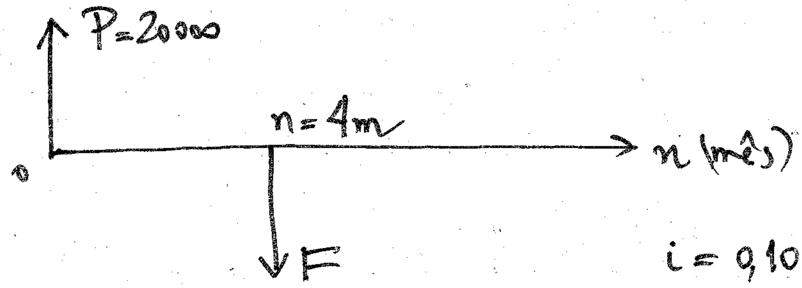
Exemplo 3: Uma instituição financeira paga a taxa de juros simples de 2% a.m. Determinar a quantia a ser aplicada para que se obtenham \$100.000,00 em 2 anos.



$i = 0{,}02$

$$F = P(1+in) \;\therefore\; P = \frac{F}{1+in} = \frac{100.000}{1+0{,}02 \times 24} = \$64.567{,}57$$

Exemplo 4. Uma pessoa toma um empréstimo de R$ 20000,00 por 4 meses com pagamento no final. O custo da operação é de 10% a.m. Determinar o montante do empréstimo no final, no regime de juros compostos.



$i = 0{,}10$ a.m.

$$F = P(1+i)^n = 20000\,(1+0{,}1)^4 = \text{R\$ } 29.282{,}00$$

Exemplo 5. Um título de crédito deverá ser resgatado por R$ 30000,00 no seu vencimento que ocorrerá daqui a 5 meses. Admitindo que o custo do capital é de 8% a.m., determinar seu valor atual para liquidação antecipada, no regime de juros compostos.

$$F = P(1+i)^n \therefore P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{30000}{(1+0{,}08)^5} =$$

$$= \text{R\$ } 20.417{,}50$$

Exemplo 6. Um capital inicial de R$ 60000,00 é investido por 81 dias úteis, no regime de juros compostos, à taxa de 4% a.m. Determinar o valor bruto do resgate.

$$F = P(1+i)^n$$

$$= 60000\,(1+0{,}04)^{81/21}$$

$$= \text{R\$ } 69.799{,}00$$

21 dias = mês ~~comercial~~ em dias úteis

6

<u>Exemplo 7</u> Uma aplicação financeira envolvendo um capital inicial de R$ 40000,00 gera um montante de R$ 55.700,00 em 68 dias úteis, no regime de capitalização composta. Determinar a taxa de juros mensal da operação. Suponha meses com 21 dias úteis.

$$F = P(1+i)^n \quad \therefore \quad i = \left(\frac{F}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

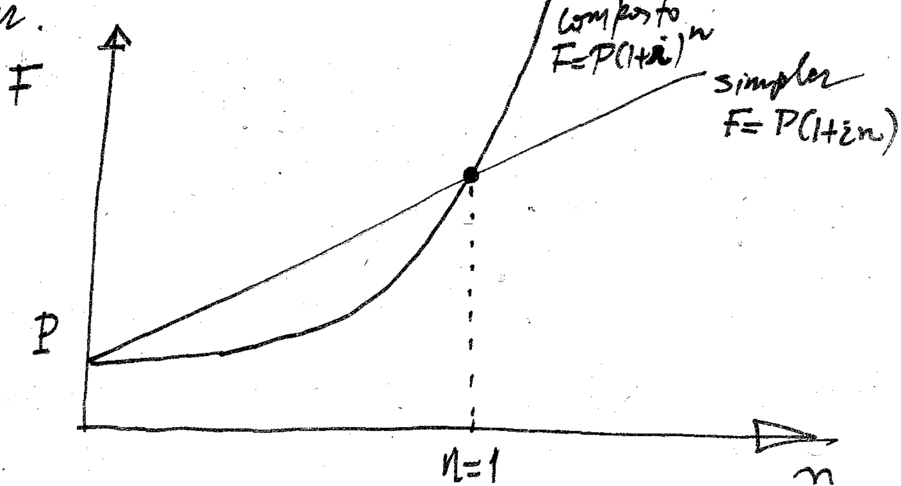
$$i = \left(\frac{55700}{40000}\right)^{\frac{1}{68/21}} - 1 = 10{,}77\%\ a.m.$$

$$\boxed{i = \left(\frac{F}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (5)}$$

é conhecida como <u>taxa efetiva</u> da operação.

6. Comparação entre Regimes de Capitalização.

A mesma taxa de juros i ~~com o mesmo~~ expressa na mesma unidade (por exemplo, a.m. ou a.a.) acumula (ou como se diz no jargão financeiro "~~accrue~~ accrua") de forma muito diferente para os regimes simples e composto. O gráfico a seguir mostra o montante acumulado após n períodos em cada um dos regimes.



* Capitalização Contínua = uma taxa de juros instantânea I é incorporada ao capital a cada intervalo infinitesimal de tempo.

$$dP_t = P_t I \, dt$$

$$\frac{dP_t}{P_t} = I\,dt$$

$$\int \frac{dP_t}{P_t} = \int I\,dt \Rightarrow \ln P_t = It + k$$

Assim

$$P_t = e^k e^{It}$$, mas para $t=0$ temos $P = e^k$,

resultando em

$$\boxed{P_t = P e^{It} \quad (6)}$$

Ao final do prazo T de rendimento temos o montante F, assim:

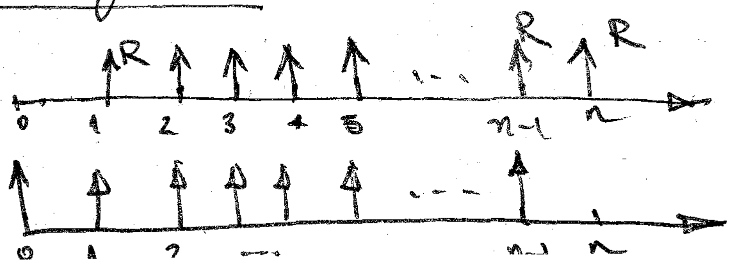
$$F = Pe^{IT}$$

Exemplo 8. Uma ação na bolsa sai do valor R$ 100,00 e atinge R$ 105,00 em 3 pregões consecutivos. Assumindo o regime de capitalização contínua, determinar a taxa média diária de juros do evento.

$$F = Pe^{IT} \Rightarrow I = \frac{1}{T} \ln\left(\frac{F}{P}\right)$$

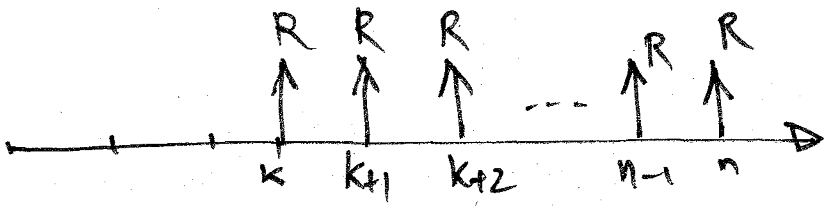
$$= \frac{1}{3} \ln\left(\frac{105}{100}\right) = 0{,}01626 = 1{,}626\% \text{ a.d.}$$

4. Séries Uniformes de Pagamentos



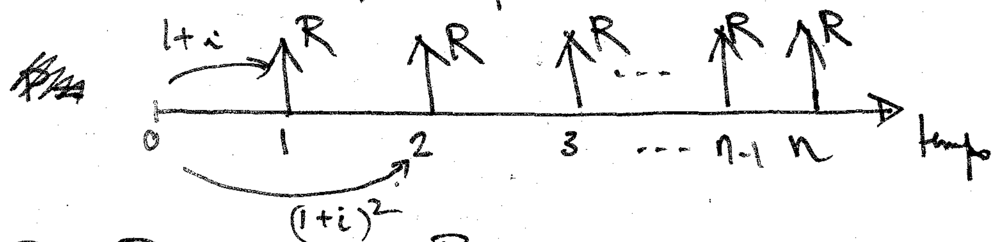
série postecipada

série antecipada



série a termo (diferida)

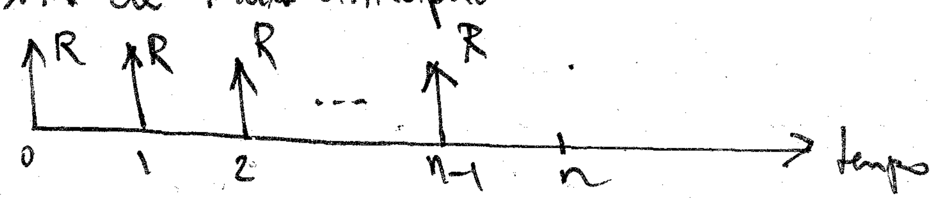
* Valor presente do Fluxo postecipado



$$P = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \frac{R}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{R}{(1+i)^n}$$

$$\boxed{P = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n\, i} \qquad (7)}$$

* Valor presente de Fluxo antecipado



$$P = R + \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{R}{(1+i)^{n-1}}$$

$$\boxed{P = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n\, i}\,(1+i) \qquad (8)}$$

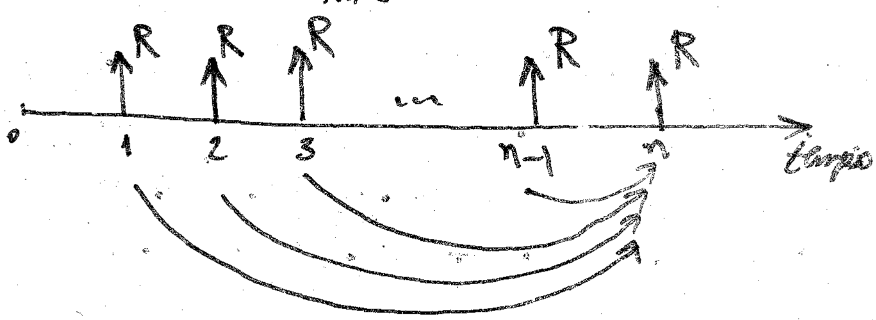
* Série Perpétua (Perpetuidade) = série com um número infinito de pagamentos.

$$P = \lim_{n\to\infty}\left[R\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n\, i}\right]$$

$$= R \lim_{n\to\infty}\left[\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n\, i} - \frac{1}{(1+i)^n\, i}\right]$$

$$\boxed{P = \frac{R}{i} \qquad (9)}$$

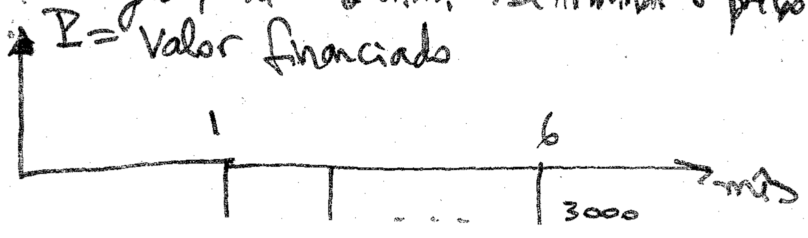
* Valor Futuro de um Fluxo



$$F = R + R(1+i) + \cdots + R(1+i)^{n-1}$$

$$\boxed{F = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (10)}$$

Exemplo 9. Um bem está a venda nas seguintes condições: R$ 7000,00 de entrada e 6 prestações de R$ 3000,00 mensais e consecutivas. A primeira prestação é paga um mês após a entrada. Sabe-se que a taxa de juros de financiamento nas lojas é de 5% a.m. Determinar o preço à vista do bem.



$i = 0{,}05$

$$P_{vista} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{valor} \\ \text{à vista}}}{} E + P$$

$$P_{vista} = \underbrace{E}_{\text{entrada}} + \underbrace{P}_{\text{valor presente financiado}}$$

valor à vista ↑ entrada ↑ valor presente financiado ↑

$$P = R \, \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \, i}$$

$$P = 3000 \, \frac{(1{,}05)^6 - 1}{(1{,}05)^6 \times 0{,}05}$$

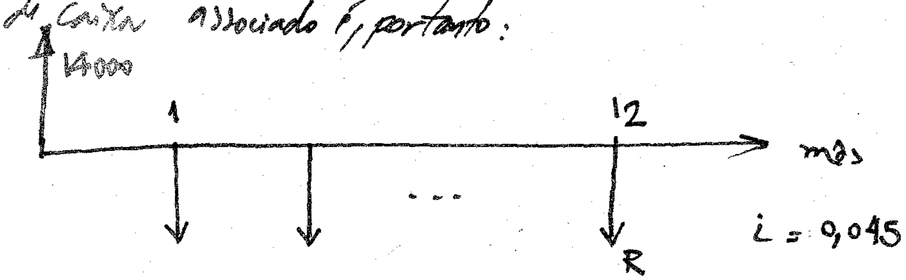
$$= 15.227{,}08$$

$$P_{vista} = 7000 + 15227{,}08$$
$$= R\$\ 22227{,}08$$

Exemplo 10. Um automóvel - cujo preço à vista é R$ 20.000,00 - pode ser financiado com entrada de 30% e o restante em 12 parcelas mensais, iguais e consecutivas. A primeira parcela é paga 1 mês após a compra. Determinar o valor de cada parcela, admitindo que a taxa de financiamento seja de 4,5% a.m.

O valor financiado é $P = 20000 - 0{,}3 \times 20000 = 14.000$

o fluxo de caixa associado é, portanto:



$$P = R \, \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \, i} \quad \therefore \quad R = P \, \frac{(1+i)^n \, i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = 14000 \, \frac{(1{,}045)^{12} \times 0{,}045}{(1{,}045)^{12} - 1} = R\$\ 1535{,}33$$

* Fator de Financiamento (fluxo postecipado)

As parcelas de financiamento são uma função da taxa de juros e do número de parcelas desejadas. Podemos escrever o valor das parcelas como:

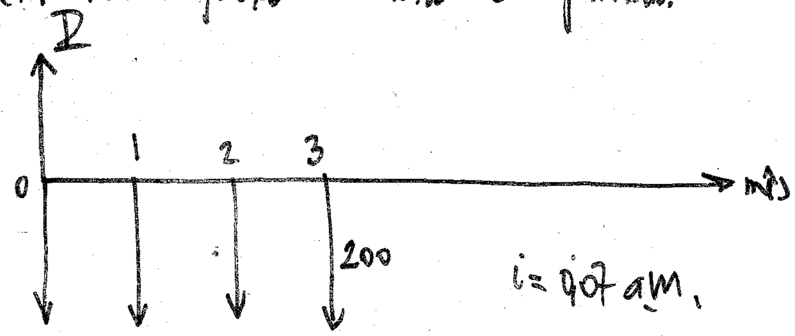
$$R = P\alpha$$

onde $\boxed{\alpha = \dfrac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}}$ (11) é conhecido como fator de financiamento.

Fixada a taxa de juros, é possível construir uma tabela que permite calcular rapidamente o valor das parcelas, dado o número de parcelas. Por exemplo, supondo $i = 4,5\%$:

$\alpha(4,5\%)$	n
0,1939	6
0,1097	12
0,0822	18
0,0690	24
0,0566	36

Exemplo 11. Uma pessoa vai a uma loja e financia um aparelho eletrodoméstico em 4 prestações mensais, iguais e consecutivas, sendo a primeira delas paga no ato (1+3). O valor de cada prestação é de R$ 200,00. O custo do financiamento é de 7% a.m.. Determinar o preço à vista do aparelho.

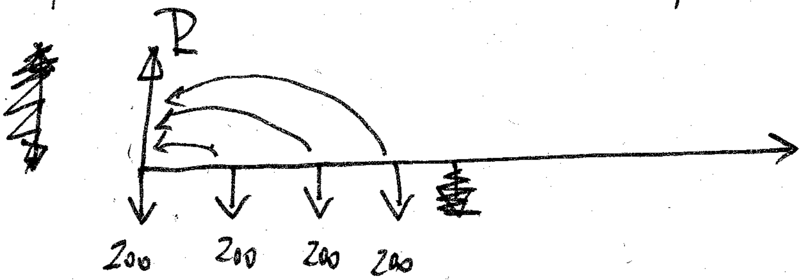


Pode-se usar diretamente a expressão (8) para fluxos uniformes antecipados:

$$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} (1+i)$$

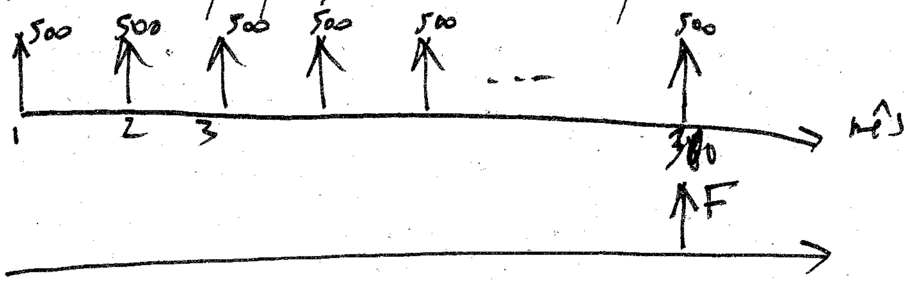
$$P = 200 \frac{(1,07)^4 - 1}{(1,07)^4 \times 0,07} \times 1,07 = R\$ \ 724,86$$

Alternativamente pode-se analisar o fluxo da operação:



$$P = 200 + \frac{200}{1+i} + \frac{200}{(1+i)^2} + \frac{200}{(1+i)^3} \underset{i=0,07}{=} R\$ \ 724,86$$

Exemplo 12. Um indivíduo, preocupado com sua aposentadoria, poupa num fundo de renda fixa R\$ 500,00 mensais por 25 anos (300 meses). Durante o período de poupança o fundo rende em média 1% a.m.. Determinar o montante da poupança no final do período.



Queremos calcular o valor futuro F no mês do último pagamento. A partir do fluxo teremos:

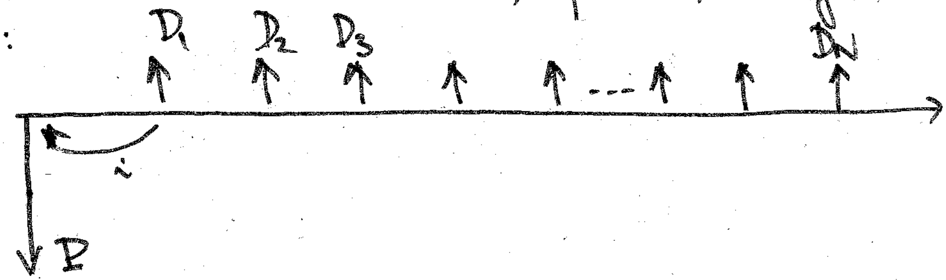
$$F = 500 + 500(1+i) + \cdots + 500(1+i)^{299}$$

Utilizando a expressão (10):

$$F = 500 \cdot \left[\frac{(1{,}01)^{300} - 1}{0{,}01} \right] = \text{R\$ } 939425{,}00$$

Exemplo 13. Valor Fundamental de uma ação.

Uma ação pode ser entendida como um contrato que dá o direito a receber uma parcela dos lucros da empresa perpetuamente. Esses lucros são pagos na forma de dividendos. Temos, portanto, o seguinte fluxo de caixa:



Aqui P representa o valor da ação à vista. Os dividendos irão variar de acordo com os lucros da empresa e com sua política de investimento e retenção. A avaliação correta dependerá de uma estimativa para o comportamento futuro deste dividendos e da fixação de uma taxa de retorno i compatível com o risco representado pela empresa. Para simplificarmos o problema assumimos que a taxa de juros i é conhecida e que os dividendos crescem com o tempo de maneira constante (ou seja, assumiremos que a empresa irá crescer de forma constante e repassará o lucro de forma constante). Temos então:

$$P = \frac{D}{1+i} + \frac{D(1+g)}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{D(1+g)^{N-1}}{(1+i)^N},$$

onde $(1+g)$ representa a taxa de crescimento dos dividendos.

Reescrevendo como:

$$P = \frac{D}{1+i}\left[1 + \left(\frac{1+g}{1+i}\right) + \cdots + \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{N-1} \right]$$

e utilizando que $S_n = a_1 + a_1 q + a_2 q^2 + \cdots + a_n q^n = a_1 \frac{(q^n - 1)}{}$

$$P = \frac{D}{1+i}\left[\frac{\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{N-1} - 1}{\left(\frac{1+g}{1+i}\right) - 1}\right] =$$

$$= D \; \frac{\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{N-1} - 1}{g - i}$$

Assumindo perpetuidade $(N \to \infty)$ e que $i > g$ chegamos a

$$\boxed{P = \frac{D}{i - g} \quad (12)}$$

Suponha então que uma determinada ação está sendo negociada a R\$ 65,00. Esta mesma ação tem pago R\$ 2,00 de dividendos. Os analistas de mercado esperam crescimento anual de 12% e a taxa de desconto adequada, considerando a classificação de risco da empresa é de 13%. O valor à vista desta ação deveria, portanto, ser

$$P = \frac{2}{13 - 12} = R\$\,200{,}00 \, ,$$

o que indica que o ativo está sendo negociado muito abaixo de seu preço e que deveríamos <u>comprá-lo</u>.

5. Avaliação de Investimentos

→ **A.** Taxa mínima de atratividade (TMA) = um projeto/investimento deve produzir um retorno superior ao custo de capital ao qual a empresa está sujeita. De maneira equivalente, se o capital já estiver aplicado e for ser realocado para o novo projeto, a rentabilidade deste deve superar a rentabilidade da aplicação atual (custo de oportunidade).

A TMA de um projeto caracteriza um parâmetro para sua aceitação ou não.

→ **B.** Rentabilidade Simples (contábil)

$$\boxed{h = \frac{L}{G} \quad (13)}$$

L = lucro ~~anual~~ médio gerado no período
G = total do investimento

→ **C.** Período de Retorno do Investimento (pay-back period) (contábil)

Número de períodos necessários para recuperar o capital investido.

$$\boxed{p = \frac{G}{L} = \frac{1}{h} \quad (14)}$$

<u>Exemplo 14</u>. ~~Ex~~ Foram investidos R$ 1.000.000,00 na abertura de um restaurante que lucra R$ 100.000,00 por mês. Determine a rentabilidade mensal do investimento e seu período de retorno.

G = 1.000.000
L = 100.000 / mês.

$$h = \frac{L}{G} = 10\%$$

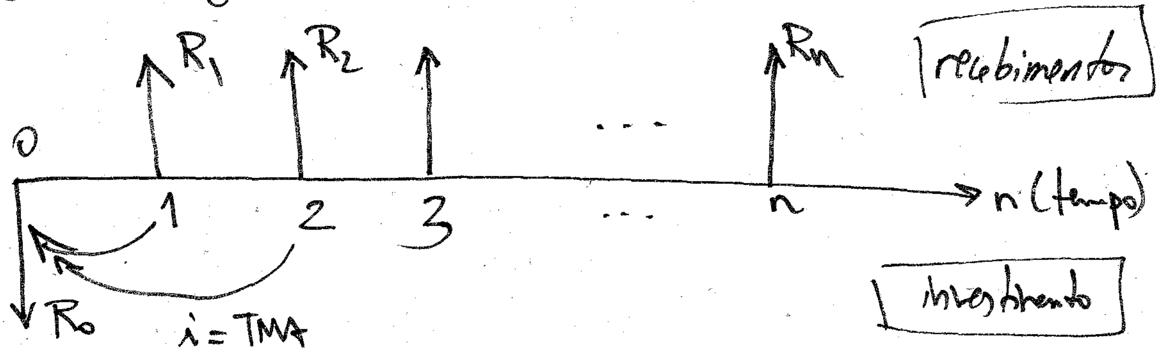
$$p = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ meses}.$$

OBS 2 [Estas duas formas de avaliação – rentabilidade simples e período de retorno – não levam em conta o valor do dinheiro no tempo. Desta maneira, fluxos de caixa com valores presentes muito diferentes poderão ser avaliados de forma semelhante.

(16)

→ D. Valor Presente Líquido (VPL)

Neste método transferimos o fluxo de caixa do projeto para a data zero utilizando a TMA como base de cálculo.



$$VPL = R_0 + \frac{R_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{R_n}{(1+i)^n}$$

$$\boxed{VPL = \sum_{j=0}^{n} \frac{R_j}{(1+i)^j} \quad (15)}$$

Temos que:

$$\begin{cases} VPL > 0 & : \text{projeto economicamente interessante} \\ VPL = 0 & : \text{projeto com retorno igual à TMA} \\ VPL < 0 & : \text{projeto \underline{não é} economicamente interessante} \end{cases}$$

Na expressão (15) assumimos que a taxa mínima de atratividade não varia no decorrer do projeto. Caso esta taxa varie, o cálculo correto será:

$$VPL = R_0 + \sum_{j=1}^{n} \frac{R_j}{\prod_{k=1}^{j}(1+i_k)}$$

$$= R_0 + \frac{R_1}{1+i_1} + \frac{R_2}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{R_n}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_n)}$$

17

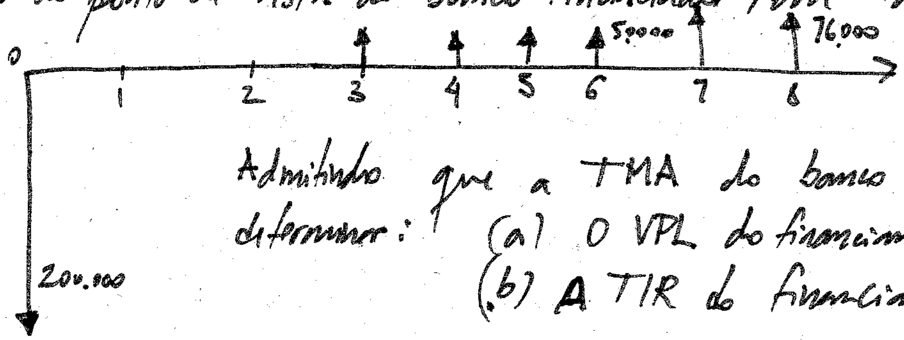
→ E. Taxa Interna de Retorno (TIR)

A TIR de um projeto é a taxa de juros i para a qual o seu VPL é nulo. Ou seja:

$$R_0 + \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{R_n}{(1+i)^n} = 0$$

Se $TIR \geq TMA$ projeto é economicamente viável.

<u>Exemplo 15</u>. Um financiamento bancário internacional apresenta o seguinte fluxo de caixa do ponto de vista do banco financiador, em dólares:



Admitindo que a TMA do banco seja de 8% a.a. determinar: (a) O VPL do financiamento; (b) A TIR do financiamento.

(a) $VPL = R_0 + \frac{R_1}{1+i} + \cdots + \frac{R_8}{(1+i)^8}$

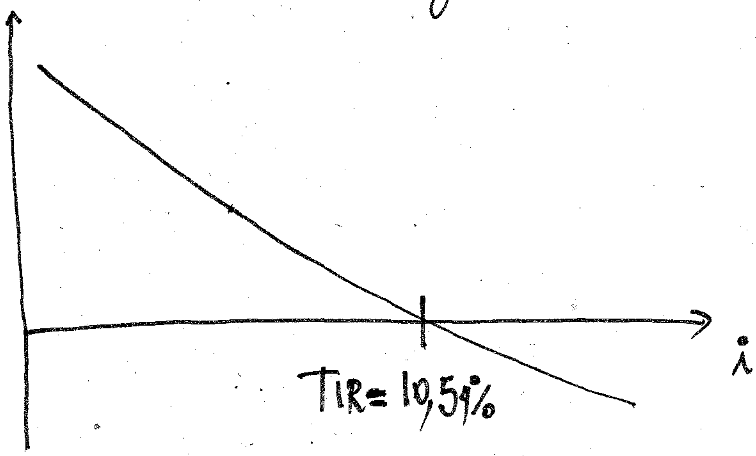
$$= -200000 + \frac{50.000}{(1,08)^3} + \cdots + \frac{50000}{(1,08)^5} + \frac{50000}{(1,08)^6} + \frac{76000}{(1,08)^7} + \frac{76000}{(1,08)^8}$$

$$= 27386,45 \text{ dólares}$$

(b) A TIR é obtida como a solução para:

$$-200000 + \frac{50000}{(1+i)^3} + \frac{50000}{(1+i)^4} + \frac{50000}{(1+i)^5} + \frac{50000}{(1+i)^6} + \frac{76000}{(1+i)^7} + \frac{76000}{(1+i)^8} = 0$$

Em geral calculadoras financeiras trazem uma função pré-programada capaz de calcular a TIR. Esta equação pode ser resolvida utilizando métodos numéricos para determinação de raízes. Construindo o gráfico da função no lado esquerdo da igualdade obtemos:



A TIR > TMA e o VPL > 0, assim, o projeto de financiamento ~~[illegible]~~ é economicamente interessante para o banco financiador.

Exemplo 16: Uma empresa está examinando dois projetos de investimento com o intuito de melhorar a produção. ~~Os projetos~~ A ~~previsão~~ estimativa é que os projetos gerem as seguintes fluxos de caixa:

Ano	Projeto A	Projeto B
0	−25k	−25k
1	10k	9k
2	7,5k	8k
3	7,5 k	8k
4	5 k	7,5k
5	5k	7,5k
6	5k	7,5k

Determinar qual é o melhor projeto utilizando: (a) pay-back period e (b) VPL a uma ~~[illegible]~~ TMA = 10% a.a.

(a) Construimos uma tabela com fluxos de caixa acumulados para os projetos.

Ano	Projeto A	Projeto B	
0	−25k	−25k	
1	−15k	−16k	
2	−7,5k	−8k	
3	0	0	pay back period
4	5k	7,5k	
5	10k	15k	
6	15k	22,5k	

Do ponto de vista do pay-back period os projetos são equivalentes.

(b) $$VPL_A = -25k + \frac{10k}{1,1} + \frac{7,5k}{1,1^2} + \frac{7,5k}{1,1^3} + \frac{5k}{1,1^4} + \frac{5k}{1,1^5} + \frac{5k}{1,1^6} = 5,27k$$

$$VPL_B = -25k + \frac{9k}{1,1} + \frac{8k}{1,1^2} + \frac{8k}{1,1^3} + \frac{7,5k}{1,1^4} + \frac{7,5k}{1,1^5} + \frac{7,5k}{1,1^6} = 9,8k$$

Como $VPL_B > VPL_A$ à taxa de 10% a.a., o projeto B contribui mais para o crescimento do patrimônio líquido da empresa do que o projeto A.

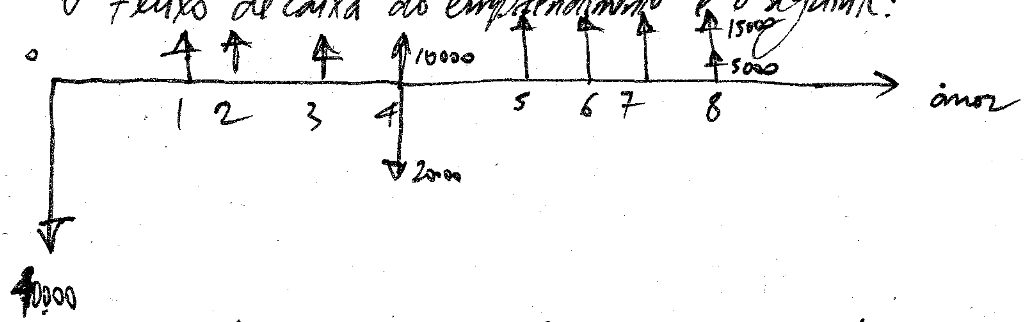
Exemplo 17. Uma empresa pretende construir uma planta industrial. Após as análises de mercado estima os seguintes fluxos de caixa para o empreendimento:

	Ano	Valor (em US$ 1000)
Investimento inicial	0	−40.000
Lucros anuais	1 a 4	10.000
Investimento adicional	4	−20000
Lucros anuais	5 a 8	15.000
Valor residual	8	5.000

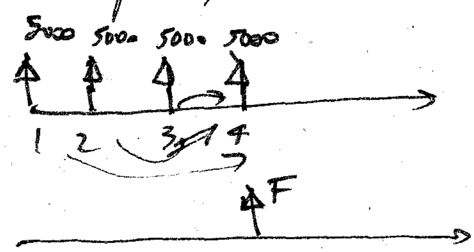
20

O investimento adicional será realizado com a retenção de 50% dos lucros auferidos anualmente durante os 4 primeiros anos e aplicados a 10% a.a. A TMA da empresa é de 10% a.a. Determinar a taxa de retorno do empreendimento e se ele deve ser implementado.

O fluxo de caixa do empreendimento é o seguinte:



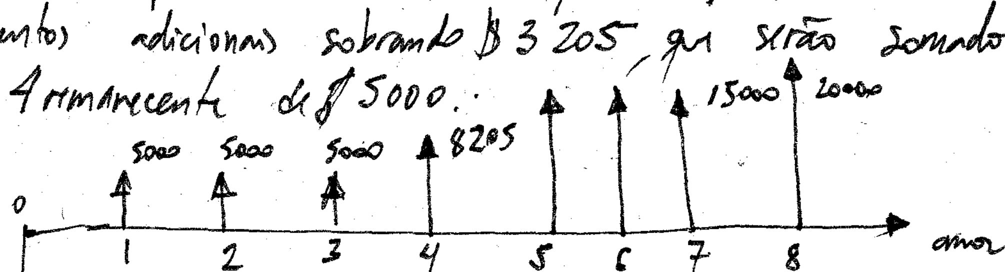
O investimento adicional será lastreado com a retenção de 50% de 10.000, ou seja, 5000 por ano durante os 4 primeiros anos. Tal retenção será investida a 10% a.a. Ao final do 4º ano teremos o seguinte montante da aplicação:



$$F = 5000 \; \frac{(1+0{,}10)^4 - 1}{0{,}1} \therefore$$

$$F = \$\, 23.205$$

O saldo da aplicação será suficiente para cobrir a necessidade de investimentos adicionais sobrando $ 3 205 que serão somados à parcela 4 remanescente de $ 5000.



A TIR pode ser obtida como solução para:

40000

$$0 = -40K + \frac{5000}{1+i} + \frac{5000}{(1+i)^2} + \frac{5000}{(1+i)^3} + \frac{8205}{(1+i)^4} + \frac{15000}{(1+i)^5} + \frac{15000}{(1+i)^6} + \frac{15000}{(1+i)^7} + \frac{20000}{(1+i)^8}$$

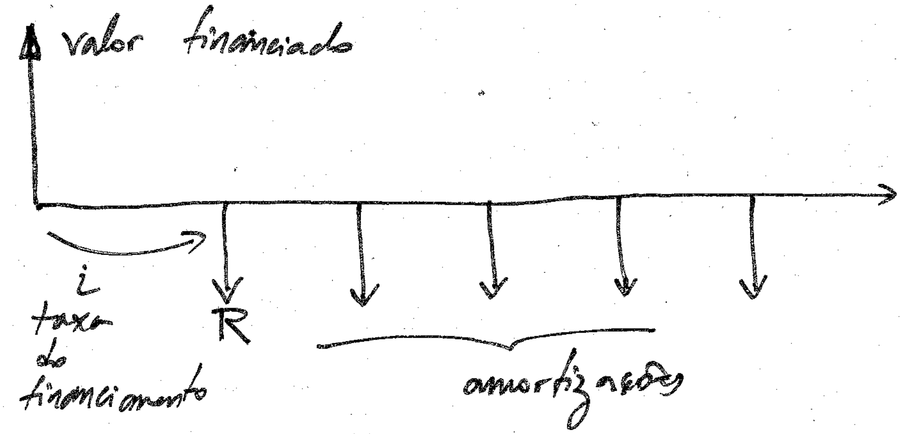
Uma técnica de avaliação mais fácil é o cálculo do VPL:

$$VPL = -40000 + \frac{5000}{1,1} + \frac{5000}{(1,1)^2} + \frac{5000}{(1,1)^3} + \frac{8205}{(1,1)^4} + \frac{15000}{(1,1)^5} + \frac{15000}{(1,1)^6} + \frac{15000}{(1,1)^7} + \frac{20000}{(1,1)^8}$$

VPL = US$ 12 846,83. Portanto, o projeto deve ser implementado.

6. Amortização de um Financiamento

Amortização de um financiamento se refere à determinação de pagamentos periódicos necessários para fornecer um retorno de juros específico. O processo de amortização envolve achar pagamentos futuros cujo valor presente na taxa de juros do financiamento se iguale ao montante do principal inicial tomado emprestado.



$$P = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{R}{(1+i)^n}$$

Para acharmos o valor das parcelas iguais utilizamos (7):

$$R = \frac{P\ i\ (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Exemplo 18. Tomamos emprestado R$ 150.000,00 para comprarmos um

A dívida será amortizada em 15 anos (180 meses) em parcelas iguais com juros de 2% a.m. Qual será o valor das parcelas?

$$R = 150k \cdot \frac{0{,}02\,(1{,}02)^{180}}{(1{,}02)^{180} - 1} = R\$\,3087{,}40$$

7. Conversão de Juros

É comum a tarefa de conversão entre juros compostos em bases diferentes ou entre juros compostos e simples.

* Taxa equivalente

Duas taxas i_1 e i_2 são ditas equivalentes quando são expressas em bases diferentes mas resultam no mesmo efeito quando aplicadas no mesmo principal por prazo idêntico.

Se $(1+i_1)^{n_1} = (1+i_2)^{n_2}$ então i_1 e i_2 são equivalentes, onde n_1 e n_2 são o mesmo prazo nas unidades 1 e 2 respectivamente.

Exemplo 19 Determinar a taxa trimestral equivalente à 30% a.a.

$$(1+i)^4 = 1{,}3$$
$$1+i = (1{,}3)^{1/4}$$
$$i = (1{,}3)^{1/4} - 1 = 6{,}78\%\ \text{a.t.}$$

Exemplo 20 Determinar a taxa por dia útil equivalente à 5,3% a.m.

$$(1+i)^{21} = 1{,}053$$
$$i = (1{,}053)^{1/21} - 1 = 0{,}2462\%\ \text{a.d. (útil)}$$

EXERCÍCIOS

Exercício 1: A Fitch Industries está passando pelo processo de escolher o melhor de dois projetos de dispêndio de igual risco, mutuamente excludentes – M e N. Os fluxos de caixa relevantes para cada projeto são mostrados na tabela a seguir. O custo de capital da empresa é de 14% a.a..

	Projeto M	Projeto N
Investimento Inicial	– 28.500	– 27.000
Ano		
1	10,000	11000
2	10000	10000
3	10000	9000
4	10000	8000

A. Calcule o payback period de cada projeto.
B. Calcule o Valor Presente Líquido (VPL)
C. Calcule a taxa interna de retorno (TIR)
D. Faça um resumo das preferências implicadas por cada medida e indique qual seria a sua recomendação.

Exercício 2: Você pode adquirir qualquer um dos investimentos mostrados na tabela a seguir. O preço de compra, o montante do fluxo único de entrada de caixa e o ano de seu recebimento são dados para cada investimento. Que recomendações de compra você daria, presumindo que possa ganhar 10% a.a. sobre ~~seus~~ seus investimentos?

Investimento	Preço	Fluxo único	ano de recebimento
A	18000	30000	5
B	600	3000	20
C	3500	10000	10
D	1000	15000	40

24

Exercício 3 Determine o montante de depósitos iguais de fim de ano necessários para acumular R$ 1.000.000,00 no final de 15 anos, supondo remuneração anual de 10%?

Exercício 4 Uma indústria gostaria de acumular fundos para fornecer uma anuidade de aposentadoria para sua vice-presidente de pesquisa e desenvolvimento. Por contrato a vice-presidente vai se aposentar ao final de exatamente 12 anos. Ao se aposentar, ela tem o direito de receber um pagamento anual de fim de ano de R$ 120000,00 por exatamente 20 anos. Se ela morrer antes do final do período de 20 anos, os pagamentos anuais serão passados para seus herdeiros. Durante o "período de acúmulo" de 12 anos, a indústria gostaria de prover os recursos necessários para a anuidade, fazendo depósitos anuais de fim de ano em uma conta rendendo 10% de juros. Uma vez que o "período de distribuição" de 20 anos iniciar, a indústria planeja levar o dinheiro acumulado para uma conta, rendendo 8% a.a. garantidos. Ao final do período de distribuição, o saldo da conta será igual a zero. Repare que o primeiro depósito será feito ao final do ano 1, e o primeiro pagamento da distribuição será recebido ao final do ano 13.

A. Trace um esquema dos fluxos de caixa associados na visão da indústria.

B. Qual o tamanho da soma que a indústria deve acumular ao final do ano 12 para prover a anuidade de R$ 120.000,00 por 20 anos?

C. Qual o tamanho dos depósitos anuais durante o período de acumulação?

D. Quanto a empresa precisaria acumular se a aposentadoria fosse uma perpetuidade?

Exercício 5. Você gostaria de comprar um carro novo daqui a 5 anos. O carro que você deseja comprar custa hoje R$ 40.000,00. Se a inflação se mantiver no nível atual você espera que o preço vá aumentar entre 3,5% ao ano pelos próximos 5 anos. Qual será o preço do carro no melhor e no pior caso? E se a inflação no período for de 8% a.a.?