# Lista 4 de Exercícios

Prazo para entrega: veja o prazo no sistema panda.

1. Esta lista é para ser feita *individualmente*.

2. Entregar todos os arquivos compactados (”zipados”), com todos os programas em linguagem C.

Routo Terada (rt@ime.usp.br)

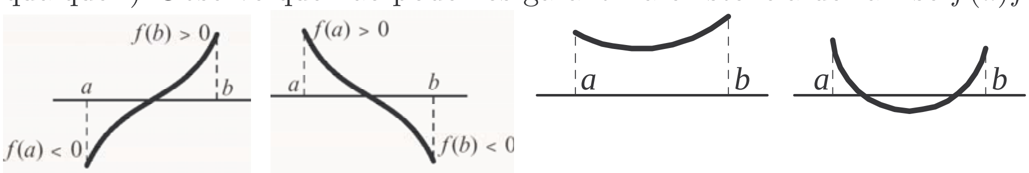
Neste exercício o objetivo é escrever um programa que, dado um número float $w$, determina uma aproximação de $\sqrt[3]{w}$. Note que $\sqrt[3]{w}$ é raiz da função $f(x) = x^3 - w$, ou seja, $f(\sqrt[3]{w}) = 0$. Esta é a única raiz de $f$. Para tanto será aplicado o *método da bissecção* de busca de raízes de funções quaisquer. As ilustrações que se seguirão para descrever o método referem-se a uma função $f$ contínua qualquer. A questão está dividida em 3 itens.

Item $(a)$ Escreva uma função em `C` com cabeçalho

```
float g(float x, float w);
```

que retorna o valor de $f(x) = x^3 - w$.

Um intervalo $[a, b]$ contém ao menos uma raiz de $f$ sempre que $f(a)f(b) \leq 0$, como ilustrado na figura abaixo. (Esta ilustração refere-se a uma função $f$ contínua qualquer.) Observe que não podemos garantir a existência de raiz se $f(a)f(b) > 0$.




$f(a)f(b) \leq 0$ $\quad$ $f(a)f(b) \leq 0$ $\quad$ $f(a)f(b) > 0$ $\quad$ $f(a)f(b) > 0$

Para $f(x) = x^3 - w$, pode-se provar que $f(-1)$, $f(+1)$ e $f(w)$ possuem os sinais conforme os casos da tabela abaixo.

| | $w < -1$ | $w = -1$ | $-1 < w < +1$ | $w = +1$ | $w > +1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(-1)$ | $> 0$ | $= 0$ | $< 0$ | $< 0$ | $< 0$ |
| $f(+1)$ | $> 0$ | $> 0$ | $> 0$ | $= 0$ | $< 0$ |
| $f(w)$ | $< 0$ | $= 0$ | o mesmo sinal de $w$ | $= 0$ | $> 0$ |

Item $(b)$ Usando a informação acima, escreva uma função em `C` com cabeçalho:

```
void IntervaloInicial(float w, float *a, float *b);
```

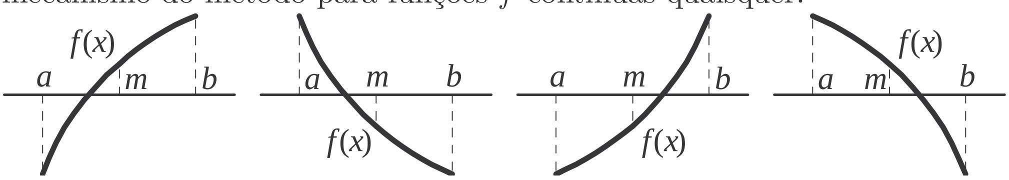
que devolva em $*a$ e $*b$ o início e o término de um intervalo $[*a, *b]$ contendo uma raiz de $f(x) = x^3 - w$, ou seja, $*a$ e $*b$ são tais que $f(*a)f(*b) \leq 0$ e $*a \leq *b$. Note que o valor de $w$ pode ser nulo, positivo ou negativo.

A função `IntervaloInicial` deve usar **obrigatoriamente** a função `g()` do item $(a)$ toda vez que computar $f(x) = x^3 - w$.

Para encontrar uma raiz para a função $f(x) = x^3 - w$ com precisão $\varepsilon$ pode-se proceder da seguinte maneira. O método é iterativo. Primeiro determine um intervalo inicial $[a, b]$ que contém uma raiz da função $f$, ou seja, $f(a)f(b) \leq 0$. Cada iteração a ser repetida consiste em aplicar o procedimento abaixo enquanto não se encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a) = 0$ ou $f(b) = 0$ ou $b - a < 2\varepsilon$:

> Determine o ponto médio $m$ do intervalo $[a, b]$. Se o intervalo $[a, m]$ contém uma raiz de $f$, comece uma nova iteração com $m$ no papel de $b$. Se o intervalo $[m, b]$ contém uma raiz de $f$, comece uma nova iteração com $m$ no papel de $a$.

A iteração pára após encontrar a raiz de $f(x) = x^3 - w$ ou após determinar um intervalo $[a, b]$ de largura $b - a$ menor que $2\varepsilon$. Nesse último caso, o ponto médio $m$ desse intervalo é declarado uma aproximação da raiz de $f$. A figura abaixo ilustra o mecanismo do método para funções $f$ contínuas quaisquer.




$f(a)f(m) < 0$ $f(a)f(m) < 0$ $f(m)f(b) < 0$ $f(m)f(b) < 0$

Item $(c)$ Escreva um programa (i.e., `main()` ) em `C` que leia dois números reais $w$ e $\varepsilon > 0$ e imprime uma aproximação para a raiz da função $f(x) = x^3 - w$ com precisão $\varepsilon$, usando o método descrito acima. O programa deve usar **obrigatoriamente** as funções dos itens (a) e (b).