MAE 5871: Análise Espectral de Séries Temporais

Lista de Problemas 2. Entregar em 30/09/2021.

1. Suponha que o processo estacionário $X(t)$ tenha f.a.c.v.

$$\gamma(\tau) = \alpha e^{-\beta|\tau|} \cos(\omega\tau),$$

sendo α, β, ω números reais positivos e $\tau \in \mathbb{R}$. Prove que o espectro de $X(t)$ é dado por

$$f(\lambda) = \frac{\alpha\beta}{2\pi} \left[\frac{1}{\beta^2 + (\lambda - \omega)^2} + \frac{1}{\beta^2 + (\lambda + \omega)^2} \right].$$

2. Suponha que $X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)Y(t-u)du + \varepsilon_t$, onde os processos Y e ε são processos estacionários não correlacionados, com média zero.

Prove que $X(t)$ é estacionário e encontre a f.a.c.v e o espectro de $X(t)$.

3. Obtenha o espectro de um processo ARMA(1,1) explicitamente.

4. Considere o processo AR(2) dado por

$$X_t = 0,75X_{t-1} - 0,125X_{t-2} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

(i) Verifique se as condições de estacionariedade estão satisfeitas.

(ii) Obtenha a f.a.c.v. e o espectro de X_t.