

MAE 5871: Análise Espectral de Séries Temporais

Lista de Problemas 1. Entregar em 12/09/2021.

1. Seja $\{X_n, n \in \mathbb{Z}\}$ uma sequência de v.a.s independentes e com a mesma distribuição. Considere $Y_n = X_n/2 + X_{n-1}/4 + X_{n-2}/8$. O processo $\{Y_n, n \in \mathbb{Z}\}$ é estacionário? Justifique. Calcule $\text{Cov}(Y_j, Y_k)$.

2. Sejam ϕ_1, \dots, ϕ_L v.a.s independentes e com distribuição uniforme no intervalo $[-\pi, \pi]$. Considere o processo

$$X(t) = \sum_{k=1}^L c_k \text{sen}(2\pi\nu_k t + \phi_k), \quad t \in \mathbb{R},$$

com c_k e ν_k constantes. Esse processo é estacionário?

3. Escreva os seguintes modelos na forma $\phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t$, especificando os operadores $\phi(B)$ e $\theta(B)$:

- (a) $X_t - 0.6X_{t-1} = \varepsilon_t$;
- (b) $X_t = \varepsilon_t + 0.8\varepsilon_{t-1}$;
- (c) $X_t = 0.3X_{t-1} - 0.6X_{t-2} + \varepsilon_t$;
- (d) $X_t - 0.4X_{t-1} = \varepsilon_t - 0.3\varepsilon_{t-1} + 0.8\varepsilon_{t-2}$;
- (e) $X_t = 0.3\varepsilon_{t-1} + 0.6\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$;
- (f) $X_t = 1.5X_{t-1} - 0.75X_{t-2} + \varepsilon_t + 4.0$.

Verifique se esses modelos são estacionários e/ou invertíveis.

4. Faça uma análise de Fourier para a série de marés de Ubatuba, Brazil, de 01/01 a 15/01 de 1981 (<https://www.ime.usp.br/~pam/m-ubatuba.76.85>)