

LISTA 1 - CÁLCULO II -
Bacharelado Química - Diurno
2º SEMESTRE de 2008
Professor Oswaldo Rio Branco

1. Determine o vetor \vec{a} com representação dada pelo segmento de reta \overline{AB} . Desenhe \vec{AB} e o equivalente com início na origem.

(a) $A = (1, 3), B = (4, 4)$.

(b) $A = (-1, 1), B = (-3, 4)$.

(c) $A = (0, 3, 1), B = (2, 3, -1)$.

2. Determine a soma dos vetores e ilustre geometricamente.

(a) $\langle 3, -1 \rangle, \langle -2, 4 \rangle$

(b) $\langle 1, 0, 1 \rangle, \langle 0, 0, 1 \rangle$.

3. Determine $|a|, a + b, a - b, 2a$ e $3a + 4b$ nos casos:

(a) $a = \langle -4, 3 \rangle, b = \langle 6, 2 \rangle$.

(b) $a = \langle 6, 2, 3 \rangle, b = \langle -1.5, 2 \rangle$.

(c) $a = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}, b\vec{j} + 2\vec{k}$.

4. Determine o vetor unitário com mesma direção e sentido que o vetor dado (isto é, o versor).

(a) $\langle 9, -5 \rangle$.

(b) $8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.

5. Se A, B, C são vértices de um triângulo, determine

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} .$$

6. Seja C um ponto de segmento de reta \overline{AB} que é duas vezes mais distante de B que de A . Se $a = \vec{OA}, b = \vec{OB}$ e $c = \vec{OC}$ então,

$$c = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b .$$

7. Se $r = \langle x, y \rangle, r_1 = \langle x_1, y_1 \rangle, r_2 = \langle x_2, y_2 \rangle$, descreva o conjunto de todos os pontos $\langle x, y \rangle$ tais que

$$|r - r_1| + |r - r_2| = R, \quad R > |r_1 - r_2| .$$

8. Determine a e b :

(a) $a = \langle 4, -2 \rangle$, $b = \langle 3, 6 \rangle$.

(b) $a = \langle 5, 0, -2 \rangle$, $b = \langle 3, -1, 10 \rangle$.

(c) $a = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $b = 5\vec{i} + 9\vec{k}$.

(d) $|a| = 12$, $|b| = 15$, o ângulo entre a e b é $\frac{\pi}{6}$.

9. Determine o ângulo entre os vetores

(a) $\langle 3, 4 \rangle$, $\langle 5, 12 \rangle$.

(b) $a = \langle 1, 2, 3 \rangle$, $\langle 4, 0, -1 \rangle$.

(c) $a = \vec{j} + \vec{k}$, $b = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

10. Determine se os vetores dados são ortogonais, paralelos ou nenhum dos dois.

(a) $a = \langle 2, -4 \rangle$, $b = \langle -1, 2 \rangle$.

(b) $a = \langle -5, 3, 7 \rangle$, $b = \langle 6, -8, 2 \rangle$.

(c) $a = -\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $b = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$.

11. Determine os cossenos diretores e os ângulos diretores do vetor.

(a) $\langle 1, 2, 2 \rangle$.

(b) $-8\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

(c) $3\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.

12. Determine o vetor projeção e a projeção escalar de b sobre a .

(a) $a = \langle 2, 3 \rangle$, $b = \langle 4, 1 \rangle$.

(b) $a = \langle 4, 2, 0 \rangle$, $b = \langle 1, 1, 1 \rangle$.

(c) $a = \vec{i} + \vec{k}$, $b = \vec{i} - \vec{j}$.

13. Mostre que o vetor $\vec{b} - \vec{u}$, onde \vec{u} é a projeção de \vec{b} sobre \vec{a} , é ortogonal a \vec{a} . Definição: $\vec{b} - \vec{u}$ é a projeção ortogonal de \vec{b} na direção \vec{a} .

14. Para os vetores do exercício 12, determine e ilustre) o vetor projeção de \vec{b} na direção \vec{a} .

15. Utilize o que vimos sobre projeção para mostrar que a distância de um ponto $P_1 = (x_1, y_1)$ à reta $ax + by + c = 0$, $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, é

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} .$$

Aplique-a e determine a distância do ponto $P = (-2, 3)$ à reta $3x - 4y + 5 = 0$.

16. Se $r = \langle x, y, z \rangle$ e $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$, mostre que a equação vetorial $(r - a)(r - b) = 0$ representa uma esfera e determine seu centro e raio.

17. Calcule o ângulo entre a diagonal de um cubo e uma de suas arestas.