Curso: MAT 221- CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira
Período: Segundo Semestre de 2008

LISTA DE EXERCÍCIOS 1 - SEQUÊNCIAS
Prazo 18/08/08

1. Calcule, caso exista, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ para

   (a) $a_n = \frac{n^3+3n+1}{4n^3+2}$.

   (b) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

   (c) $a_n = \int_1^n \frac{1}{x^\alpha}\,dx\,, \alpha \geq 1$.

   (d) $a_n = \int_0^n \frac{1}{1+x^2}\,dx$.

   (e) $a_n = \frac{n+1}{\sqrt[3]{n^7+2n+1}}$.

   (f) $a_n = sen\frac{1}{n}$.

   (g) $a_n = nsen\frac{1}{n}$.

   (h) $a_n = \frac{1}{n}sen(n)$.

2. Se $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = a$, prove que:

   (a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_1+a_2+.....+a_n}{n} = a$.

   (b) Se $a_n > 0$ e $a > 0$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_1a_2......a_n} = a$.
   Sugestão: Em (b) utilize (a).

3. Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ para

   (a) $a_n = \frac{1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\frac{3}{n}+.......}{n}$.

   (b) $a_n = \frac{2+\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+......+\sqrt[n]{2}}{n}$.
   Sugestão: Utilize o exercício 2.

4. Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ e $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ para $a_n = \frac{1}{(n\log^2 n)^p}$ $, n \geq 2\,, p \in \mathbb{R}$.

5. Calcule os limites da razão, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$, e da raíz, $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n}$, ou ao menos um deles.

   (a) $a_n = \frac{n!}{n^n}$.

   (b) $a_n = n$.

   (c) $a_n = \frac{1}{n^p}$ $, p \in \mathbb{R}$.

   (d) $a_n = \frac{1}{(\ln\, n)^p}$.

6. Seja $(a_n) \subset \mathbb{R}\,, a_n > 0$. Mostre que se $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$ então $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} = L$. Retorne ao exercício 5 e, se necessário, complete-o.

7. Mostre que, para $a, b > 0$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = max(a, b)$.

8. Mostre que a sequência $\sqrt{2}, \sqrt{2+\sqrt{2}}, \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}, ...$ é convergente a 2.