2ª PROVA DE CÁLCULO III - MAT216 - IAGUSP

17 de maio de 2019

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Extra	
Total	

Nome : ____

NºUSP : ____

Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Escolha 5 questões.
Justifique todas as passagens
BOA SORTE!

1. (a) Enuncie o Teorema de Fubini.

   (b) Seja $R = \{(x,y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ e } 0 \leq y \leq 1\}$. Calcule

$$\iint\limits_R \frac{xy\sin x}{1+4y^2}dxdy.$$

2. (a) Enuncie o Teorema de Fubini.

   (b) Esboce a região de integração em

$$\int_0^1 \left[\int_{\sqrt{x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy \right] dx.$$

   (c) Inverta a ordem de integração acima.

3. (a) Enuncie o Teorema de Mudança de Variáveis (no plano).

   (b) Seja $a > 0$. Esboce a região de integração em

$$\int_0^a \left[\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dy \right] dx.$$

   (c) Calcule a integral acima.

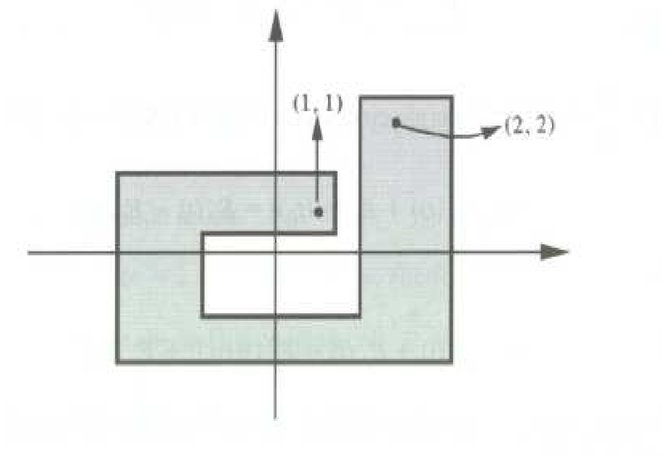
4. (a) Esboce a região

$$B = \Big\{(x, y, z) : 1 \le x + y \le 2\,,\ 0 \le x + 2y - z \le 1 \text{ e } 0 \le z \le 1\Big\}.$$

(b) Calcule

$$\iiint\limits_B \sqrt{x+y}\,\sqrt[3]{x+2y-z}\,dxdydz.$$

5. Seja Ω o interior do conjunto hachurado.



Seja $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ uma curva de classe C^1 por partes com imagem contida em Ω, com ponto inicial $\gamma(0) = (1,1)$ e ponto final $\gamma(1) = (2,2)$. Calcule

$$\int_\gamma \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy.$$

6. (a) Esboce a curva γ dada pela fronteira do quadrado de vértices $(-1,0)$, $(0,-1)$, $(1,0)$ e $(0,1)$, orientada no sentido anti-horário.

(b) Calcule

$$\oint_{\gamma} \overrightarrow{F} \cdot d\gamma$$

onde $\overrightarrow{F}(x,y) = 4x^3y^3\,\overrightarrow{i} + (3x^4y^2 + 5x)\,\overrightarrow{j}$.

Extra. Seja $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma função diferenciável arbitrária. Escrevamos

$$F(x, y) = \begin{pmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{pmatrix}.$$

Decida se é verdadeira ou falsa a afirmação

> *"Existe um ponto $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ satisfazendo*
>
> $$F\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - F\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = JF(a, b) \times \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right],$$
>
> $$\textit{onde} \quad JF(a, b) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a, b) & \frac{\partial f}{\partial y}(a, b) \\ \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a, b) & \frac{\partial g}{\partial y}(a, b) \end{pmatrix}."$$

Isto é, prove-a ou dê um contra-exemplo.