CÁLCULO II - MAT 2127

Instituto de Química

2º LISTA DE EXERCÍCIOS

2º Semestre de 2008

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b}$:

   a) $\vec{a} =< 1, 2, 0 >$, $\vec{b} =< 0, 3, 1 >$

   b) $\vec{a} =< 1, -1, 0 >$, $\vec{b} =< 3, 2, 1 >$

   c) $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$

   d) $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

2. Determine a área do paralelogramo com vértices em $A = (0, 1), B = (3, 0)$, $C = (5, -2)$ e $D = (2, -1)$.

3. a) Determine um vetor ortogonal ao plano que passa pelos pontos P, Q e R.

   b) Calcule a área do triângulo $\Delta(PQR)$ nos casos:

   b$_1$) $P = (1, 0, 0), Q = (0, 2, 0), R = (0, 0, 3)$

   b$_2$) $P = (2, 0, -3), Q = (3, 1, 0), R = (5, 2, 2)$

4. Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores

$$\vec{a} =< 1, 0, 6 > \ , \ \vec{b} =< 2, 3, -8 > \ , \ \vec{c} =< 8, -5, 6 >$$

5. Utilize o produto misto para determinar se os pontos $P = (1, 0, 1), Q = (2, 4, 6)$, $R = (3, 1, 2)$ e $S = 6, 2, 8)$ pertencem a um mesmo plano.

6. a) Seja P um ponto não pertencente à reta L, a qual passa pelos pontos Q e $R(Q \neq R)$. Mostre que a distância "d" do ponto P à reta L é

$$d = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|}$$

   onde $\vec{a} = \vec{QR}$ e $\vec{b} = \vec{QP}$

   b) Utilize a fórmula da parte a) para determinar a distância do ponto $P = (1, 1, 1)$ à reta que passa por $Q = (0, 6, 8)$ e $R = (-1, 4, 7)$.

7. a) Seja P um ponto não pertencente ao plano que passa pelos pontos Q, R, S. Mostre que a distância "d" do ponto P ao plano é:

$$d = \frac{|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

onde $\vec{a} = \vec{QR}, \vec{b} = \vec{QS}$ e $\vec{c} = \vec{QP}$.

b) Utilize a fórmula dada na parte a) para calcular a distância de $P = (1, 2, 4)$ ao plano definido pelos pontos $Q = (1, 0, 0), R = (0, 2, 0)$ e $S = (0, 0, 3)$.

8. Determine uma equação vetorial e equações paramétricas para a reta:

   a) que passa pelo ponto (1 , 0 , -3) e é paralela ao vetor $2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$;

   b) que passa pelo ponto (1 , 0 , 6) e é perpendicular ao plano $x + 3y + z = 5$.

9. Determine as equações paramétricas e na forma simétrica para a reta que:

   a) passa pela origem e pelo ponto (1 , 2 , 3);

   b) passa pelos pontos (-1 , 0 , 5) e (4 , -3 , 3);

   c) é a intersecção dos planos $x + y + z = 1$ e $x + z = 0$.

10. Mostre que a reta que passa pelos pontos (0 , 1 , 1) e (1 , -1 , 6) é perpendicular à reta que passa pelos pontos (-4 , 2 , 1) e (-1 , 6 , 2).

11. Determine se as retas L_1 e L_2 são paralelas, reversas ou concorrentes. Se forem concorrentes, determine o ponto de intersecção das mesmas:

    a) $L_1 : \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+5}{4} = \dfrac{z-1}{-3}$

    $L_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z}{2}$

    b) $L_1 : x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3t$

    $L_2 : x = 2 - s, y = 1 + 2s, z = 4 + s$

12. Determine a equação do plano:

    a) que passa pelo ponto (6 , 3 , 2) e é perpendicular ao vetor (-2 , 1 , 5);

    b) que passa pelo ponto (-2 , 8 , 10) e é perpendicular à reta $x = 1 + t$, $y = 2t, z = 4 - 3t$;

    c) passa pelo ponto (1 , -1 , 1) e cuja normal é $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$;

    d) passa pela origem e é paralelo ao plano $2x - y + 3z = 1$;

    e) passa pelo ponto (-1 , 6 , -5) e é paralelo ao plano $x + y + z + 2 = 0$;

    f) que contém a reta $x = 3 + 2t, y = t, z = 8 - t$ e é paralelo ao plano $2x + 4y + 8z = 17$;

    g) passa pelos pontos (3 , -1 , 2) , (8 , 2 , 4) e (-1 , -2 , -3);

    h) passa pelo ponto (1 , 2 , 3) e contém a reta $x = 3t, y = 1 + t, z = 2 - t$;

    i) passa pelo ponto (-1 , 2 , 1) e contém a reta obtida pela ntersecção dos planos $x+y-z = 2$ e $2x - y + 3z = 1$.

    j) passa pela reta obtida pela intersecção dos planos $x-z = 1$ e $y+2z = 3$ e é perpendicular ao plano $x + y - 2z = 1$.