$4^{\underline{a}}$-B Lista de MAT2127 - Cálculo II - IQ
$2^{\underline{o}}$ semestre de 2009
Professor Oswaldo Rio Branco

Diferenciabilidade

1. Compute as derivadas parciais de primeira ordem $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$. Determine os pontos de $\mathbb{R}^2$ em que são diferenciáveis as funções

   a) $f(x,y) = xy$

   b) $z = f(x,y)\ln(1+x^2+y^2)$

   c) $f(x,y) = \frac{1}{xy}$

   d) $f(x,y) = \frac{1}{x+y}$.

2. Determine se f é contínua, e também se é diferenciável, em $(0,0)$. Compute as derivadas parciais de f em todos os pontos de $\mathbb{R}^2$ e investigue se as funções derivadas parciais de f são contínuas na origem. Determine a equação do plano tangente ao gráfico de f na origem $(0,0,f(0,0)) = (0,0,0)$, se existir tal plano (isto é, se f é diferenciável na origem).

$$(a) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\,, (x,y) \neq (0,0) \\ 0\,,\ \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(b) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2}\,, (x,y) \neq (0,0) \\ 0\,,\ \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(c) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2+y^2}\,, (x,y) \neq (0,0) \\ 0\,,\ \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(d) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}\,, (x,y) \neq (0,0) \\ 0\,,\ \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. Consideremos a função,

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2+y^2-1}}\,, x^2+y^2 < 1 \\ 0\,,\ \text{se } x^2+y^2 \geq 1 \end{cases}$$

   (a) Esboce o gráfico de f.

   (b) Determine $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$.

   (c) Determine o conjunto dos pontos em que f é diferenciável.