

CÁLCULO II - MAT 147 - FEA

1º Lista de Exercícios

2º Semestre de 2012

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

- Determine o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b}$:
 - $\vec{a} = \langle 1, 2, 0 \rangle$, $\vec{b} = \langle 0, 3, 1 \rangle$
 - $\vec{a} = \langle 1, -1, 0 \rangle$, $\vec{b} = \langle 3, 2, 1 \rangle$
 - $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$
 - $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$
- Compute a área do paralelogramo com vértices $A = (0, 1)$, $B = (3, 0)$, $C = (5, -2)$ e $D = (2, -1)$.
- a) Determine um vetor ortogonal ao plano que passa pelos pontos P, Q e R abaixo.
b) Calcule também a área do triângulo $\Delta(PQR)$.
 - $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$, $R = (0, 0, 3)$
 - $P = (2, 0, -3)$, $Q = (3, 1, 0)$, $R = (5, 2, 2)$

- Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores

$$\vec{a} = \langle 1, 0, 6 \rangle \text{ , } \vec{b} = \langle 2, 3, -8 \rangle \text{ , } \vec{c} = \langle 8, -5, 6 \rangle$$

- Utilize o produto misto para determinar se os pontos $P = (1, 0, 1)$, $Q = (2, 4, 6)$, $R = (3, 1, 2)$ e $S = (6, 2, 8)$ pertencem a um mesmo plano.
- a) Seja P um ponto não pertencente à reta L , a qual passa pelos pontos Q e R ($Q \neq R$). Mostre que a distância “ d ” do ponto P à reta L é

$$d = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|} \text{ , com } \vec{a} = \vec{QR} \text{ , } \vec{b} = \vec{QP} \text{ .}$$

- b) Utilize a fórmula da parte a) para determinar a distância do ponto $P = (1, 1, 1)$ à reta que passa por $Q = (0, 6, 8)$ e $R = (-1, 4, 7)$.
- a) Seja P um ponto não pertencente ao plano que passa pelos pontos Q, R, S . Mostre que a distância “ d ” do ponto P ao plano é:

$$d = \frac{|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

onde $\vec{a} = \vec{QR}$, $\vec{b} = \vec{QS}$ e $\vec{c} = \vec{QP}$.

- b) Utilize a fórmula dada na parte a) para calcular a distância de $P = (1, 2, 4)$ ao plano definido pelos pontos $Q = (1, 0, 0)$, $R = (0, 2, 0)$ e $S = (0, 0, 3)$.

8. Determine uma equação vetorial e equações paramétricas para a reta:
- que passa pelo ponto $(1, 0, -3)$ e é paralela ao vetor $2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$;
 - que passa pelo ponto $(1, 0, 6)$ e é perpendicular ao plano $x + 3y + z = 5$.
9. Determine as equações paramétricas e na forma simétrica para a reta que:
- passa pela origem e pelo ponto $(1, 2, 3)$;
 - passa pelos pontos $(-1, 0, 5)$ e $(4, -3, 3)$;
 - é a intersecção dos planos $x + y + z = 1$ e $x + z = 0$.
10. Mostre que a reta que passa pelos pontos $(0, 1, 1)$ e $(1, -1, 6)$ é ortogonal à reta que passa pelos pontos $(-4, 2, 1)$ e $(-1, 6, 2)$.
11. Determine se as retas L_1 e L_2 são paralelas, reversas ou concorrentes. Se forem concorrentes, determine o ponto de intersecção das mesmas:
- $L_1 : \frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{-3}$ $L_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$
 - $L_1 : x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3t$ $L_2 : x = 2 - s, y = 1 + 2s, z = 4 + s$
12. Determine a equação do plano:
- que passa pelo ponto $(6, 3, 2)$ e é perpendicular ao vetor $(-2, 1, 5)$;
 - que passa pelo ponto $(-2, 8, 10)$ e é perpendicular à reta

$$x = 1 + t, y = 2t, z = 4 - 3t ;$$
 - passa pelo ponto $(1, -1, 1)$ e cuja normal é $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$;
 - passa pela origem e é paralelo ao plano $2x - y + 3z = 1$;
 - passa pelo ponto $(-1, 6, -5)$ e é paralelo ao plano $x + y + z + 2 = 0$;
 - paralelo ao plano $2x + 4y + 8z = 17$ e que contém a reta

$$x = 3 + 2t, y = t, z = 8 - t ;$$
 - passa pelos pontos $(3, -1, 2)$, $(8, 2, 4)$ e $(-1, -2, -3)$;
 - passa pelo ponto $(1, 2, 3)$ e contém a reta

$$x = 3t, y = 1 + t, z = 2 - t ;$$
 - contendo $(-1, 2, 1)$ e a reta que é a intersecção dos planos $x + y - z = 2$ e $2x - y + 3z = 1$.
 - contendo a reta que é a intersecção dos planos $x - z = 1$ e $y + 2z = 3$ e, ainda, é perpendicular ao plano $x + y - 2z = 1$.
13. Dados $P_1 = (x_1, y_1)$, $P_2 = (x_2, y_2)$ e $P_3 = (x_3, y_3)$ pontos no plano, mostre com os métodos indicados a fórmula para a área A_Δ do triângulo $\Delta(P_1P_2P_3)$ por eles determinado:

$$A_\Delta = \left| \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \right|.$$

- Utilizando vetores no plano $\mathbb{R}^2 \equiv V^2$.
 - Utilizando vetores no espaço tridimensional $\mathbb{R}^3 \equiv V^3$.
14. Verifique $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$, quaisquer que sejam \vec{a}, \vec{b} e \vec{c} em V^3 .