CÁLCULO II - MAT 145 - IO - 2º semestre de 2010

3ª Lista de Exercícios

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Desenhe a imagem das curvas dadas:

   a) $F(t) = (1, t, 1),\ t \in \mathbb{R}$
   b) $F(t) = (1, 1, t),\ t \geq 0$
   c) $F(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, 2)$
   d) $F(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, e^{-t}),\ t \geq 0$
   e) $F(t) = (t, t, t^2),\ t \geq 0$
   f) $F(t) = (e^{-t}\cos t, e^{-t}\operatorname{sen} t, e^{-t})$

2. Represente graficamente o domínio da função $z = f(x, y)$ dada por

   a) $x + y - 1 + z^2 = 0,\ z \geq 0$
   b) $f(x, y) = \dfrac{x - y}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$
   c) $z = \ln(2x^2 + y^2 - 1)$
   d) $z^2 + 4 = x^2 + y^2,\ z \geq 0$
   e) $z = \sqrt{|x| - |y|}$
   f) $4x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0$

3. Desenhe as curvas de nível e esboce os gráficos:

   a) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$
   b) $f(x, y) = x + 3y$
   c) $z = 4x^2 + y^2$
   d) $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$
   e) $z = x + y + 1$
   f) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
   g) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
   h) $f(x, y) = x^2,\ -1 \leq x \leq 0 \quad \text{e} \quad y \geq 0$

4. Desenhe as curvas de nível e represente a imagem

   a) $f(x, y) = x - 2y$
   b) $z = xy$
   c) $z = 4x^2 + y^2$
   d) $z = \dfrac{x^2}{x^2 + y^2}$
   e) $z = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$
   f) $f(x, y) = x^2 - y^2$
   g) $z = \dfrac{y}{x - 2}$
   h) $z = \dfrac{x - y}{x + y}$

5. Seja $f(x, y) = \dfrac{x^2}{x^2 + y^2}$. Desenhe a imagem da curva $\gamma(t) = (x(t), y(t), z(t))$ onde $x = R\cos t, y = R\operatorname{sen}(t)$ e $z = f(x(t), y(t)),\ R > 0$. Como é o gráfico de f?

6. Analogamente ao exercício 5, para $f(x, y) = \dfrac{x}{x^2 + y^2}$.

7. Esboce o gráfico de $z = xy$.

8. Desenhe a superfície de nível correspondente a $c = 1$.

a) $f(x,y,z) = x$ b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2$
c) $f(x,y,z) = z$ d) $f(x,y,z) = x^2 + 4y^2 + z^2$

9. Esboce e identifique as superfícies dos problemas:

a) $2x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$ b) $z^2 = 4(x^2 + y^2)$
c) $z = 4(x^2 + y^2)$ d) $x^2 + z^2 - 4y = 4$
e) $y^2 - 4x^2 - 9z^2 = 36$ f) $z = 4 - 2x^2 - 3y^2$
g) $z = x^2 - 2y^2$ h) $x^2 = y^2 + 4z^2$
i) $x^2 - 4y^2 - z^2 = 4$ j) $x^2 + 9y^2 - 4z^2 = 36$
k) $36x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ l) $y = 1 - x^2 - 2y^2$
m) $z + 4x^2 = y^2$ n) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

10. Calcule, caso exista:

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(5,-2)} (x^5 + 4x^3y - 5xy^2)$ b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(6,3)} xy\cos(x - 2y)$

c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}$ d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$

e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4+y^4}$ f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

g) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2-y^2}$ h) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} x\,\text{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$

i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ j) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

11. Seja $F(x,y) = \frac{2xy^2}{x^2+y^4}$ e γ a reta: $\gamma(t) = (at, bt)$, com a ou b não nulo.

a) Mostre que $\displaystyle\lim_{t\to 0} f(\gamma(t)) = 0$. b) Esboce as curvas de nível de f.

c) Calcule $\displaystyle\lim_{t\to 0} f(\Gamma(t))$, onde $\Gamma(t) = (t^2, t)$. d) Existe $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy^2}{x^2+y^4}$? Por quê?

12. Determine o conjunto dos pontos de continuidade de:

a) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-3y}{x^2+y^2} \ , \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \ , \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2} \ , \ (x,y) \neq (0,0) \\ 1 \ , \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

c) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} \ , \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \ , \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$