LISTA 1 - CÁLCULO II -

Bacharelado Oceanografia

2^o semestre de 2010

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine o vetor $\vec{a}$ com representação dada pelo segmento de reta $\overrightarrow{AB}$. Desenhe $\overrightarrow{AB}$ e o equivalente com ínicio na origem.
   (a) $A = (1, 3)$, $B = (4, 4)$.
   (b) $A = (-1, 1)$, $B = (-3, 4)$.
   (c) $A = (0, 3, 1)$, $B = (2, 3, -1)$.
2. Determine a soma dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e ilustre geometricamente.
   (a) $\vec{u} = \langle 3, -1\rangle$, $\vec{v} = \langle -2, 4\rangle$.
   (b) $\vec{u} = \langle 1, 0, 1\rangle$, $\vec{v} = \langle 0, 0, 1\rangle$.
3. Determine $|\vec{a}|$, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a}$ e $3\vec{a} + 4\vec{b}$ nos casos:
   (a) $\vec{a} = \langle -4, 3\rangle$, $\vec{b} = \langle 6, 2\rangle$.
   (b) $\vec{a} = \langle 6, 2, 3\rangle$, $\vec{b} = \langle -1, 5, 2\rangle$.
   (c) $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$.
4. Ache o vetor unitário com mesma direção e sentido que o vetor dado (isto é, o versor).
   (a) $\vec{v} = \langle 9, -5\rangle$.
   (b) $\vec{v} = 8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.
5. Se A, B, C são vértices de um triângulo, determine
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\ .$$
6. Seja C um ponto no segmento de reta $\overline{AB}$ que é duas vezes mais distante de B que de A. Se $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ e $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ então,
$$\vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\ .$$
7. Se $r = \langle x, y\rangle\,, r_1 = \langle x_1, y_1\rangle\,, r_2 = \langle x_2, y_2\rangle$, descreva o conjunto dos pontos (x, y) tais que
$$|r - r_1| + |r - r_2| = R, \quad R > |r_1 - r_2|\ .$$

8. Determine o produto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$, com
   (a) $\vec{a} = \langle 4, -2 \rangle$, $\vec{b} = \langle 3, 6 \rangle$.
   (b) $\vec{a} = \langle 5, 0, -2 \rangle$, $\vec{b} = \langle 3, -1, 10 \rangle$.
   (c) $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 9\vec{k}$.
   (d) $|\vec{a}\,| = 12, |\vec{b}\,| = 15$ e o ângulo entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$ igual a $\frac{\pi}{6}$.
9. Determine o ângulo entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$:
   (a) $\vec{a} = \langle 3, 4 \rangle$, $\vec{b} = \langle 5, 12 \rangle$.
   (b) $\vec{a} = \langle 1, 2, 3 \rangle$, $\vec{b} = \langle 4, 0, -1 \rangle$.
   (c) $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.
10. Determine se os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dados são ortogonais, paralelos ou nenhum dos dois.
    (a) $\vec{a} = \langle 2, -4 \rangle$, $\vec{b} = \langle -1, 2 \rangle$.
    (b) $\vec{a} = \langle -5, 3, 7 \rangle$, $\vec{b} = \langle 6, -8, 2 \rangle$.
    (c) $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$.
11. Determine os cossenos diretores e os ângulos diretores do vetor $\vec{v}$:
    (a) $\vec{v} = \langle 1, 2, 2 \rangle$.
    (b) $\vec{v} = -8\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.
    (c) $\vec{v} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.
12. Determine o vetor projeção de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$ e a projeção escalar de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$.
    (a) $\vec{a} = \langle 2, 3 \rangle$, $\vec{b} = \langle 4, 1 \rangle$.
    (b) $\vec{a} = \langle 4, 2, 0 \rangle$, $\vec{b} = \langle 1, 1, 1 \rangle$.
    (c) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$.
13. Mostre que o vetor $\vec{b} - \vec{u}$, onde $\vec{u}$ é a projeção de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$, é ortogonal a $\vec{a}$.
    Definição: $\vec{b} - \vec{u}$ é a projeção ortogonal de $\vec{b}$ na direção $\vec{a}$.
14. No exercício 12, determine e ilustre o vetor projeção ortogonal de $\vec{b}$ na direção $\vec{a}$.
15. Utilize o que vimos sobre projeção para mostrar que a distância de um ponto $P_1 = (x_1, y_1)$ à reta $ax + by + c = 0$, $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, é
    $$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad .$$
    Aplique-a e determine a distância do ponto $P = (-2, 3)$ à reta $3x - 4y + 5 = 0$.
16. Se $\vec{r} = \langle x, y, z \rangle$, $\vec{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $\vec{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$, onde $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são fixos, mostre que a equação vetorial $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{r} - \vec{b}\,) = 0$ representa uma esfera e determine seu centro e raio.
17. Calcule o ângulo entre a diagonal de um cubo e uma de suas arestas.